МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ Й НАУКИ УКРАЇНИ
БЕРДЯНСЬКИЙ МАШИНОБУДІВНИЙ КОЛЕДЖ
ЗАПОРІЗЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

Конспект лекцій розроблений на основі робочої навчальної програми дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна та комп’ютерна графіка» та робочого навчального плану для спеціальності 5.05050202 «Обслуговування верстатів з програмним управлінням і робототехнічних комплексів».

Конспект лекцій розробив викладач вищої категорії, викладач-методист
_____ Амонс А.В.

Тема 1.0. Вступ

Навчальна мета: Вивчити основні положення дисципліни, її етапи.

Виховна мета: Викликати почуття інтересу до дисципліни.

Зміст теми:

1. Цілі та задачі предмета.
2. Короткі історичні відомості розвитку графіки та стандартизації.
3. Державні стандарти.
4. Знайомство студентів з необхідними навчальними посібниками, приладдям.

Література:

1. Хаскін А.М. Креслення
   Стор. 5...10

Методичне забезпечення:

1. Плакати.
2. Альбом креслень графічних робіт (зразки графічних робіт)
3. Методичний посібник для самостійної роботи студентів над дисципліною.
4. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни.
5. Картки-завдання для проведення тестового контролю знань.

У результаті вивчення матеріалу студент повинний знати:

- роль дисципліни для подальшого навчання;
- відомості про державні стандарти;
- призначення креслярських інструментів і правила користування ними;
- підготовка робочого місця для виконання креслень.

Питання для самоперевірки

1. Який папір використовують для виконання креслень?
2. Які олівці слід придбати для виконання креслень?
3. Які косинці слід придбати для виконання креслень?
4. Який мінімальний набір креслярських документів повинна мати готовальня?
5. Для чого застосовують циркуль?
6. Що необхідно зробити, щоб підготовити робоче місце і креслярські інструменти до роботи?

Цілі та задачі предмета

Сучасний рівень розвитку високомеханізованого та автоматизованого виробництва вимагає від виробничника глибоких і міцних теоретичних знань та практичних навичок.

В умовах виробництва головним носієм конструкторсько-технологічної інформації є інженерна графіка. Без застосування різноманітних технічних креслень неможлива діяльність робітника на виробництві. Креслення є засобом відображення технічної думки та передачі інформації про об'єкт виробничої діяльності. Розробка і створення креслень пов'язані із застосуванням відповідної загальнонаукової, загально технічної і специфічної, притаманної тільки кресленню, термінології. Основні правила графічних побудов та їх теоретичне обґрунтування засновані на геометричних поняттях і термінах, а оформлення креслень різних технічних виробів – на положеннях стандартів ЄСКД і загально технічних поняттях, що мають свою специфічну термінологію. Зміст інженерної графіки як навчальної дисципліни залежить від спеціальності, з якої навчаються студенти. В зв'язку з цим у курсі інженерної графіки та його термінології закладено глибокі і різноманітні між предметні зв'язки. Тому інженерна графіка досить тісно пов'язана з широкою галуззю математичних і технічних знань, кожне з яких оперує значною кількістю специфічних понять і термінів.

В узагальненому вигляді терміни, що застосовуються в інженерній графіці, можна умовно поділити на три види:

1) терміни оригінальні, що застосовуються лише в інженерній графіці (основний напис, деталювання, лінія переходу, місцевий вигляд, комплексне креслення тощо);

2) терміни, запозичені з інших наук і галузей знань, які застосовують також і у інженерній графіці (площина, зображення, різьба, шпонка і т. п.);

3) терміни багатозначні, що застосовуються в інженерній графіці, побуті і галузях знань (вигляд, розріз, база, ескіз, обрив тощо).

Завдання курсу є вивчення теоретичних основ і набуття навичок виконання креслень, ознайомлення з умовностями і правилами, установленими стандартами України (ГОСТами), розвинення просторової уяви майбутніх спеціалістів. Крім того, студенти повинні навчитись читати рисунки і технологічну документацію. Інженерна графіка складається із кількох розділів, а саме: геометричного креслення, нарисної геометрії, проекційного і машинобудівного креслення, основи будівного креслення, комп'ютерної графіки.

Короткі історичні відомості розвитку графіки та стандартизації

Графічним зображенням предметів і споруд на площині люди користувалися ще в давнину. Перед тим як побудувати житло, фортецю, палац тощо, будівельники спочатку виконували малюнки цих споруд, а потім і їх креслення.

Значного розвитку російська інженерна графіка набула за часів Петра I (початок XVIII ст.). В регламентах (указах) Петра I було записано: «Инженер должон прежде начатия всякой работы рисунок учинить и оныш командующему для осмотру и его соизволения вручить». Або: «Когда указ получит из коллегии, какова ранга корабля, тогда прикажет мастерам корабельним учинить чертежи и потом со всеми мастерами оные чертежи зкзаменовать». Креслення за Петра I були для того часу виконані на високому технічному рівні.

Креслення виготовляли видатні російські винахідники та інженери. До нас дійшли креслення супорта токарного верстата А. К. Нартова (1680—1756), креслення першого в світі парового двигуна І. І. Ползунова (1728—1766), оригінальні креслення палацового мосту через Неву І. П. Кулібіна (1735—1818) та ін. Але до кінця XVIII ст. для зображення споруд або машин виконувались їх окремі проекції на вертикальну і горизонтальну площини. І тільки у 1798 р. французький математик Гаспар Монж у своїй праці «Нарисна геометрія» сформулював і описав способи проектування на дві взаємно перпендикулярні площини.

У Росії курс нарисної геометрії почали вивчати у вищих навчальних закладах у 1809 р., а з 1830 р. цей курс став обов'язковим в усіх технічних навчальних закладах,

Креслення як технічну дисципліну докладно почали вивчати після Великої Жовтневої соціалістичної революції.

Державні стандарти

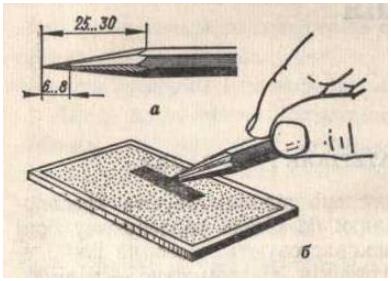
В умовах планового соціалістичного будівництва дуже великого значення набула стандартизація. Слово «стандарт» англійське, воно означає норму, зразок, міру, типовий вигляд виробу, що задовольняє певні умови.

У Радянському Союзі в 1929 р. було запроваджено загальносоюзний стандарт з креслення (ОСТ) «Креслення в машинобудуванні». Перший ОСТ розробили професори М. А. Саверін, В. О. Гордон і С. М. Куликов. Цей стандарт вдосконалювався, доповнювався. У 1968 р. міжнародною організацією 150 була прийнята і з січня 1971 р. введена в дію єдина система конструкторської документації (ЄСКД), що складається з окремих стандартів і обов'язкова для всіх видів креслень.

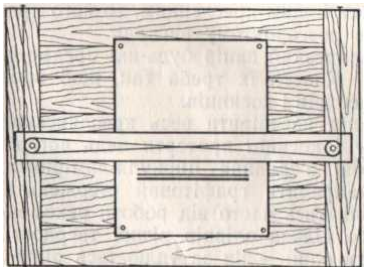
У Радянському Союзі додержання і виконання правил ЄСКД (збірника державних стандартів) обов'язкові для всіх підприємств, установ, проектних організацій, конструкторських бюро і навчальних закладів.

Креслярські інструменти, матеріали і приладдя

Папір. Для креслення використовують креслярський папір. Він повинен бути білим, цупким і гладким. Більш шорстка сторона паперу називається лицьовою.
Олівці. Від вибору і вмілого користування креслярськими олівцями значною мірою залежить якість креслення. Для креслення виготовляють різні олівці типу „Конструктор", „Графіка" і інші. Вони бувають тверді (позначають буквою Т), м'які (буква М), середні (букви ТМ). Велике значення має правильна підготовка олівця до роботи. Він повинен мати форму конуса заввишки 25...30 мм. Кінчик графіту виступає з оправи на 6...8 мм. Під час роботи графітовий стержень загострюють на наждачному папері (мал.1).

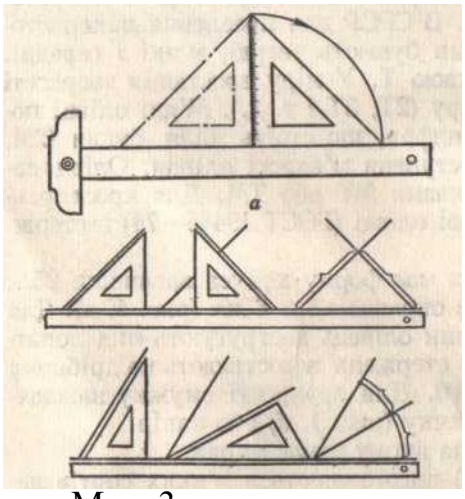


Мал. 1

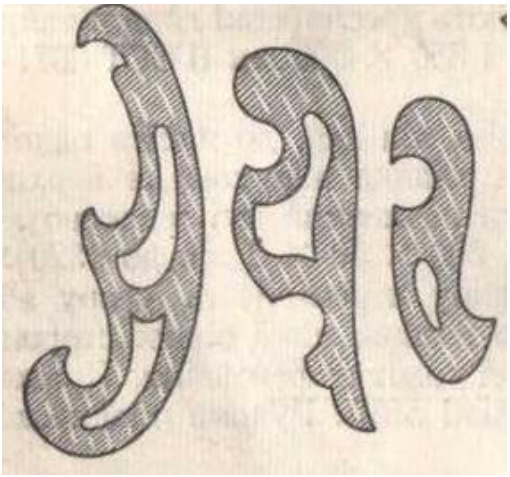


Мал.2

Креслярські дошки. Їх виготовляють з м'яких сортів деревини (липи або тополі, мал.2)
Рейсшина. Це довга лінійка, яка кріпиться на креслярській дошці за допомогою ниток. Це дає змогу переміщатись рейсшині і проводити паралельні горизонтальні лінії. Поставивши на рейсшину косинець можна проводити вертикальні і похилі лінії.
ё



Мал. 3

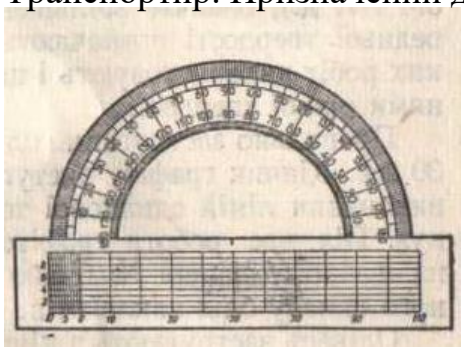


Мал. 4

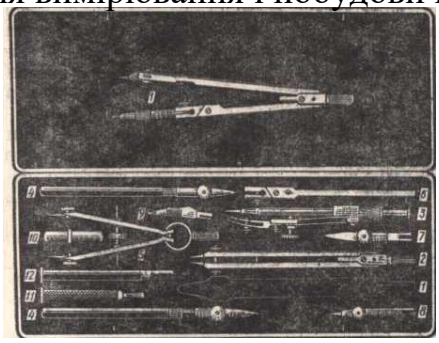
Косинці. Рекомендується мати щонайменше два косинці з кутами 45, 90, 45 і 30, 90, 60°. За допомогою косинців креслять паралельні лінії – похилі і вертикальні (мал.3)

Лекала. Являють собою лінійки з криволінійним контуром. Застосовують їх для проведення ліній, коли задано ряд точок, які не можна сполучити за допомогою лінійки або циркуля (мал. 4).

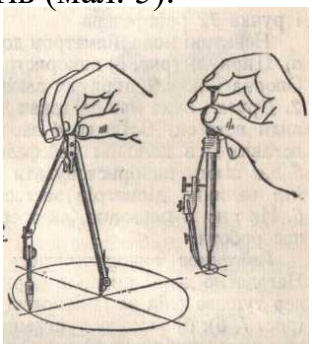
Транспортир. Призначений для вимірювання і побудови кутів (мал. 5).



Мал. 5



Мал. 6



Готовальня. Називається набір креслярських інструментів, укладених у спеціальний футляр. У ній є такі інструменти: циркуль, вимірник, подовжувач, вставка з голкою, футляр із запасними голками, викрутка (мал. 6).

Гумка. Застосовують для витирання ліній. Для витирання ліній проведених олівцем застосовують м’які гумки.

Підготовка робочого місця. Успішне виконання креслення значною мірою залежить від організації робочого місця, правильного його освітлення, якості інструмента, наявності довідників, записів.

По-перше, слід звернути увагу на освітлення. Найкраще креслити при денному світлі. Світло повинно падати на креслення зліва і зверху. Бажано, щоб світло було розсіяне і щоб на креслення не падали прямі сонячні промені. Тіні від креслярського приладдя не повинні заважати працювати.

Приладдя та інструменти розміщують перед або справа креслярської дошки.

Перед початком роботи слід перевірити весь креслярський інструмент. Дошку, рейсшину і косинці протерти ледь вогкою ганчіркою, перевірити різьбові з’єднання циркуля-вимірника, кронциркуля, загострити і заправити графітовий стержень в циркуль, олівці. Щоб не відриватись часто від роботи рекомендується загострити відразу по кілька олівців різної твердості. Олівець Т або 2Т можна мати один — він затуплюється рідше. Наждачний папір треба тримати далі від креслярського паперу: графітний пил завдає багато неприємностей.

Щоб не забруднити рисунок, перед початком роботи треба добре вимити руки, а аркуш прикривати білим папером у тих місцях, де не працюють. Зберігати інструмент треба в сухому місці.

Креслити можна сидячи і стоячи, але в обох випадках креслярську дошку, стіл і стілець слід розміщувати так, щоб зручно було працювати. Не можна спиратись на стіл грудьми, бо це порушує нормальне дихання, низько схилятись над креслярською дошкою, бо від цього поступово скривляється хребет, втомлюються м’язи; рухи повинні бути вільними, м’язи — розслабленими.

На робочому місці не повинно бути нічого зайвого. Креслярський інструмент, посібники, таблиці і записи мають лежати «під рукою», на відведеному для них місці. Найзручніше всі креслярські інструменти класти на столі або на тумбочці справа, а підручники, зошити, розрахунки — зліва. Якщо під час роботи треба користуватись іншим кресленням, то його краще покласти перед дошкою в розгорнутому вигляді.

Не можна класти на креслярський папір будь-які предмети, крім гумки, циркуля, олівця. Класти їх треба так, щоб вони не заважали пересуванню рейсшини і косинців.

Виконувати навіть найпростіші креслення без креслярської дошки або рейсшини не дозволяється. В противному разі креслення буде неохайним, лінії нерівні, не буде додержано їх паралельності тощо. Тому креслити треба тільки на робочому місці, обладнаному потрібним інструментом і пристроями.

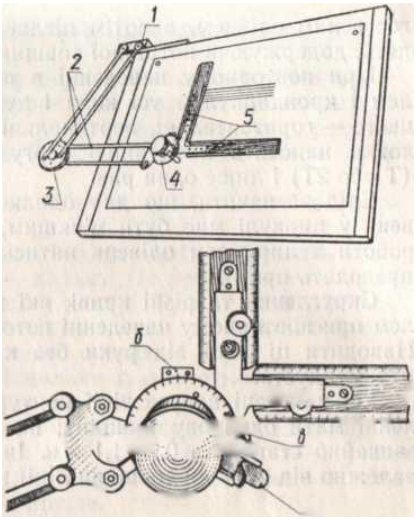
Закріпляючи папір до дошки, звичайно «підстроюються» під рейсшину або лінійку креслярського стола. Це роблять так: закріплюють верхній лівий ріжок аркуша і накладають на нього рейсшину, нижній ріжок підрівнюють по лінійці. Після цього закріпляють інші ріжки. Якщо папір великого формату (А2 або А1), рекомендується закрепити ще й середини довгих сторін.

Усі графічні побудови на кресленні виконують звичайно за два прийоми. Спочатку всі лінії креслять твердим, тонко загостренним олівцем, а потім після старанної перевірки їх наводять додержуючись потрібної товщини.

Слід зазначити, що для однакової контрастності ліній олівець у циркулі має бути м'якшим, ніж робочий.

Усі наведенні лінії контуру на одному кресленні повинні мати однакову товщину.

Механізація креслярських робіт



Найпоширенішим пристроєм, який полегшує креслярську роботу, є так звана «плаваюча рейсшина» — звичайна довга лінійка без головки (мал. 2). Зверху до лінійки прикріплено два блоки. Кожний блок має два ролики. Дві капронові нитки, прикріплені до верхнього і нижнього торців дошки, проходять через ролики навхрест. Така конструкція дає можливість легко пересувати рейсшину вверх і вниз, додержуючи паралельності.

Під час креслення часто користуються механічною рейсшиною або креслярським приладом ЧП-2м. Цей прилад за допомогою кронштейна кріпиться до похилої креслярської дошки і поєднує в собі рейсшину, косинці і транспортир.

Розділ 1. Графічне оформлення креслень

Тема 1.1. Лінії креслення та виконання написів на кресленнях

Навчальна мета: Вивчити вимоги до ліній та написів на кресленні.

Виховна мета: Розвинути пізнавальну увагу до вимог виконання креслень.

Зміст теми:

1. Формати креслень.
2. Лінії креслення
3. Креслярський шрифт. Конструкція букв.

Література:

1. Хаскін А.М. Креслення
Стор.10...26

Методичне забезпечення:

1. Плакати.
2. Альбом креслень графічних робіт (зразки графічних робіт)
3. Методичний посібник для самостійної роботи студентів над дисципліною.
4. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни.
5. Картки-завдання для проведення тестового контролю знань.

У результаті вивчення матеріалу студент повинний знати:

- які бувають формати;
- підготовка формату до креслення;
- основні типи ліній, розміри та їх призначення на кресленні;
- розміри креслярського шрифту;
- співвідношення між розмірами букв шрифту;
- конструкції букв шрифту;
- порядок виконання написів на кресленні.

Питання для самоперевірки

1. Що називається форматом?
2. Які формати ви знаєте.
3. Які розміри основного напису?
4. Назвіть типи ліній, які використовуються при виконанні креслень.
5. Який проміжок між штрихами в штрих-пунктирній та штриховій лініях?
6. Які розміри шрифту застосовують у машинобудівному кресленні?
7. Як вибирають розміри букв по таблиці?

Формати креслень

Форматом називається аркуш паперу певного розміру, на якому виконують рисунок або інший конструкторський документ. Формати поділяють на основні і додаткові.

Незалежно від того, на чому виконано креслення – на кількох аркушах чи на одному, поділеному на кілька частин розмір формату на кожне окреме креслення має бути стандартним.

Основні формати (ГОСТ 2.301 - 68

Таблиця 1

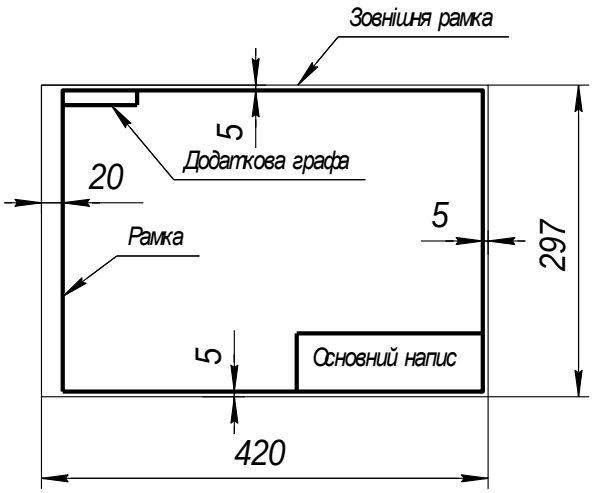
Позначення формату	А0	А1	А2	А3	А4
Розмір аркуша, мм	1189х841	594х420	594х420	297х420	297х210

Як видно з таблиці, кожен наступний основний формат утворюють діленням довшої сторони попереднього формату навпіл. Це зручно для згортання і зберігання креслень.

Крім основних, допускається застосовувати додаткові формати, які утворюють збільшенням сторін основних форматів на величину, кратну їх розмірам.

Наприклад: А4х4, А3х7, А3х4 і т. д.

Формат аркуша визначає розміри зовнішньої рамки-лінії обрізу (мал.7), яку виконують тонкою суцільною лінією. Після побудови меж формату основною суцільною лінією виконують рамку рисунка. На аркушах будь-якого формату лінія рамки, проведена на відстані 20 мм, повинна бути розташована зліва відносно до зображення креслення.



Мал.7

Кожне креслення повинне мати основний напис, який розміщують у правому нижньому кутку креслення. На аркушах формату А4 основний напис слід розміщувати вздовж короткої сторони аркуша, а на інших – уздовж будь-якої. В верхній частині аркуша виконують додаткова графа розміром 70х14. В цій графі пишуть позначення креслення, повернуте на 180° для формату А4 і форматів з розміщенням основного напису уздовж довгої сторони аркуша і на 90° при розміщенні основного напису уздовж короткої сторони аркуша.

Основний напис (Форма 1, ГОСТ 2.104 – 68)

Рис. 8

На рис.8 зображено основний напис за ГОСТ 2.104-68. В графі 1 пишуть найменування виробу, у графі 2 позначення креслення, у графі 3 позначення матеріалу, в графі 4-буква, присвоєна даному кресленню, в графі 5- масу виробу, 6- масштаб, 9- групу, 11- прізвища осіб, які підписали документ.

Позначення креслення включає назву коледжу, номер теми, варіант, номер роботи.

Наприклад: БМКГ. 120501. 000

12-номер теми (тема1.2)

05-варіант

01-робота №1

Лінії креслення (ГОСТ 2.303 – 68)

Складність форм сучасних конструкцій і різноманітних графічних засобів зображення зумовили потребу чіткого розмежування типів ліній креслення та їх застосування.

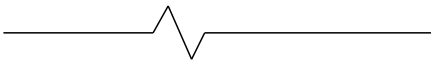
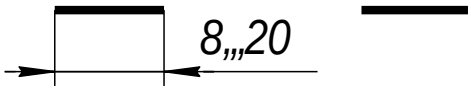
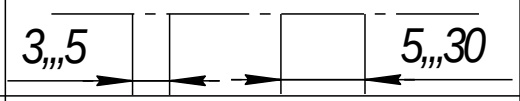
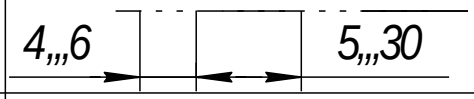
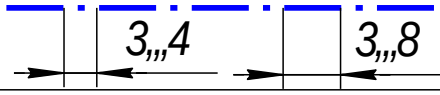
Усі лінії креслення повинні бути чорного кольору.

Товщина всіх ліній на кресленні залежить від товщини основної суцільної лінії S. Вона може бути завтовшки 0,5...1,4 мм залежно від складності і розміру зображуваної деталі, а також від дібраного формату креслення.

ГОСТ 2.303-68 рекомендує такі типи ліній.

1. Суцільна основна. Товщина наведення S = 0,5...1,4 мм. Призначення: лінії видимого контуру, видимі лінії переходу, лінії контуру винесеного перерізу або перерізу, що є складовою частиною розрізу, лінії робочого поля креслення.

Таблиця 2

Найменування	Проведення на кресленні	Товщина	Призначення
Суцільна товста основна		S	1 Лінії видимого контуру 2. Лінії переходу видимі
Суцільна тонка		S/2 ... S/3	1 Розмірні і виносні лінії 2. Лінії штриховки 3. Лінії - виноски
Суцільна тонка із зламами		S/2 ... S/3	1 Довгі лінії обриву
Суцільна хвиляста		S/2 ... S/3	1 Лінія обриву 2. Розмежування вигляду і розрізу
Штрихова		S/2 ... S/3	1 Лінії невидимого контуру 2. Лінії переходу невидимі
Розімкнена		S...1,5S	1 Лінія позначення січної площини в розрізах і перерізах
Штрих-пунктирна		S/2 ... S/3	1 Центрові та осьові лінії 2. Лінія симетрії
Штрих-пунктирна з двома крапками		S/2 ... S/3	1 Зображення частини виробу в крайніх положеннях 2. Лінія згину на розгортках
Штрих-пунктирна стовщена		S/2...S	1 Позначення поверхні, що підлягає термообробці або покриттю

2. Суцільна тонка. Товщина наведення - S /2 до S /3. Призначення: лінії контуру накладеного перерізу, лінії штриховки в перерізі, розмірні і виносні лінії, лінії-виноски на складальному кресленні, полички ліній-виносок, лінії розрізу на форматах.

3. Суцільна хвиляста. Товщина наведення - S /2 до S /3. Призначення: лінія обриву деталі, лінія розмежування вигляду і розрізу.

4. Штрихова. Товщина наведення - S /2 до S /3. Призначення: лінія невидимого контуру, лінії переходу невидимі. Довжина штрихів 2...8 мм, а відстань між ними 1...2 мм. Починати і закінчувати штрихи треба біля суцільних ліній. Штрихові лінії повинні перетинатись на штрихах.

5. Штрих-пунктирна тонка. Товщина наведення - S /2 до S /3. Призначення: лінії осьові і центрові, слід площини переходу, що є віссю симетрії для накладених або для винесених перерізів. Довжина штрихів 5...30 мм, а відстань між ними 3...5 мм. Осьові і центрові лінії повинні закінчуватися штрихами і виходять за контур зображення на 2...5 мм. Центрові лінії перетинаються на штрихах. Якщо діаметр кола на зображенні менший за 12 мм, то центрові лінії проводять суцільними тонкими.

6. Штрих-пунктирна потовщена. Товщина наведення - S /2.
Призначення: лінії позначення поверхонь, що підлягатимуть термічній обробці або покриттю, лінії, що зображують елементи, розміщені перед січною площиною. Довжина штриха 3...8 мм, а відстань між ними 3...4 мм.

7. Штрих-пунктирна з двома крапками. Товщина наведення - S/2 до S/3. Призначення: лінія згину на розгортках, лінії для зображення розгорток суміщених з виглядом, лінії для зображення частин виробів в кінцевих або проміжних положеннях.

8. Розімкнена. Товщина наведення від S до 1,5 S. Призначення: позначення сліду площини розрізів і перерізів. Довжина штриха від 8 до 20 мм. Розімкнена лінія не перетинає лінії контуру. Розімкнена лінія супроводжується тонкою лінією із стрілкою, що показує напрям проектування.

9. Суцільна тонка із зламами. Товщина наведення - S/2 до S/3. Призначення: довгі лінії обриву зображення.

Горизонтальні лінії креслять за допомогою рейсшини. Олівець треба тримати біля загостреного кінця трьома пальцями з деяким нахилом до лінії, що мають провести. Олівець повинен бути трохи відхилений від виконавця, щоб графіт притискався до ребра лінійки.

Вертикальні лінії креслять за допомогою рейсшини і косинця.

Лінії штриховки виконують під кутом 45° використовуючи рейсшину і косинець.

Для побудови ліній криволінійного контуру використовують циркуль або лекала.

Перед остаточним обведенням креслення олівцем треба м'якою гумкою видалити з аркуша всі зайві лінії.

Виконання написів на кресленні (ГОСТ 2.304 – 81)

Зображення на кресленнях доповнюють написами, які виконують креслярським шрифтом.

Для написів усіх видів машинобудівних креслень ГОСТом встановлено єдиний шрифт – чіткий, красивий, розбірливий завдяки пропорційності всіх розмірів. Цифри також пропорційні і чіткі, що має велике значення при позначенні розмірів.

Стандартом передбачено певні розміри великих букв, висота яких (у міліметрах) визначає номер шрифту: 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28.

Встановлено наступні типи шрифту:

тип А з нахилом 75° (d = 1/14h)

тип А без нахилу

тип Б з нахилом 75° (d = 1/10h)

тип Б без нахилу

Всі розміри букв (ширина, висота малих букв, ширина цифр, відстань між буквами і словами, крок рядків, товщину наведення ліній букв і цифр тощо) вибирають залежно від висоти великої букви (розміру шрифту).

Основна мета вивчення шрифту - це набуття навичок вільно виконувати різні написи і проставляти розміри на кресленні.

Дані про розміри букв і цифр приведено в таблиці 3

Таблиця 3

Параметри шрифту	Розміри, мм			
Розмір шрифту	3,5	5	7	10
Відстань між буквами	0,7	1	1,4	2
Крок рядків	6	8,5	12	17
Відстань між словами	2,1	3	4,2	6
Товщина лінії букв	0,35	0,5	0,7	1
Великі букви				
Висота великих букв	3,5	5	7	10
Ширина великих букв: Б, В, И,Й, К, Л, Н, О, П, Р, Т, У, Ц, Ч, Ь, Я	2	3	4	6
А, Д, М, Х, Ю	2,5	3,5	5	7
Ж, Ф, Ш, Щ	3	4	5,6	8
Е, Є, Г, З, С	1,8	2,5	3,5	5
І, Ї	1	1,5	2	3
Малі букви				
Висота малих букв	2.5	3.5	5	7
Ширина малих букв: а, б, в, г, д, є, е, и, й, к, л, н, о, п, р, у, х, ц, ч, ь, я	1,8	2,5	3,5	5
м, ю	2	3	4	6
ж, т, ф, ш, щ	2,5	3,5	5	7
с, з	1,5	2	3	4
і, ї	1	1,5	2	3
Ширина цифр: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 0	1,8	2,5	3,5	5
1	1	1,5	2	3

Вивчення конструкції букв шрифту слід починати не в алфавітному порядку, а в залежності від труднощів і однотипності їх написання. Вивчаючи конструкцію букв і цифр, треба з’ясувати принцип розміщення окремих елементів їх відносно паралелограма сітки, в якій розміщено букву або цифру.

Написання великих букв.

Букви першої групи – Г, Н, Т, Ц, Е, Ш, Щ, І, Ї – характерні тим, що утворені лише прямолінійними елементами, розташованими з нахилом 75°.

Букви другої групи - А, И, Й, Х, К, Ж, М – також утворені прямолінійними елементами, розміщеними горизонтально, похило або діагонально. Особливу увагу треба звернути на правильне положення похилих елементів.

Букви третьої групи – Ч, Р, У, Ь, Б, В, Я, Л, Д – утворені горизонтальними, похилими і криволінійними елементами.

Букви четвертої групи – о, С, Є, З, Ю, Ф – в основному складаються з криволінійних елементів. Основою цієї групи є буква О.

Висота цифр дорівнює висоті великої букви.

Написанні малих букв.

Малі букви можна поділити на дві групи.

До першої групи слід віднести букви и, і, ї, й, п, т, ш, щ, у. Основою їх є буква и.

До другої групи належать букви а, б, в, д, е, р, ф, в основі побудові яких лежить буква о.

Букви б, в, д, у, ф, р мають висоту, яка дорівнює висоті великої букви.

Щоб добре виконувати написи стандартним шрифтом, треба твердо знати правила виконання шрифтів, конструкцію кожної букви та цифри і систематично робити вправи з їх написання. Щоб краще зрозуміти і навчитися писати букви роблять допоміжну сітку у вигляді паралелограмів (рис. 3).

Набувши певних навичок письма, можна не будувати повної сітки, а обмежуватись тільки проведенням горизонтальних ліній – основ рядка.

Мал. 9

Тема 1.2. Прийоми виконання креслень технічних деталей

Навчальна мета: Дати практику в прийомах виконанні геометричних побудов.

Виховна мета: Розвинути пізнавальну увагу до вимог виконання креслень.

Зміст теми:

1. Масштаби
2. Нанесення розмірів
3. Ділення кола на рівні частини.
4. Побудова уклону і конусності.
5. Спряження.
6. Лекальні криві.

Література:

1. Хаскін А.М. Креслення
Стор.26...87

Методичне забезпечення:

1. Плакати.
2. Альбом креслень графічних робіт (зразки графічних робіт)
3. Методичний посібник для самостійної роботи студентів над дисципліною.
4. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни.
5. Картки-завдання для проведення тестового контролю знань.

У результаті вивчення матеріалу студент повинний знати:

- поняття про масштаби;
- масштаби зменшення і збільшення;
- позначення масштабів на кресленні;
- розміщення виносних і розмірних ліній при простановці розмірів відрізка, дуги, кола;
- простановка розмірного числа;
- ділення відрізка на кілька рівних частин;
- побудова правильних многокутників;
- позначення уклону і конусності на креслення;
- правила виконання спряжень;
- побудова еліпса.

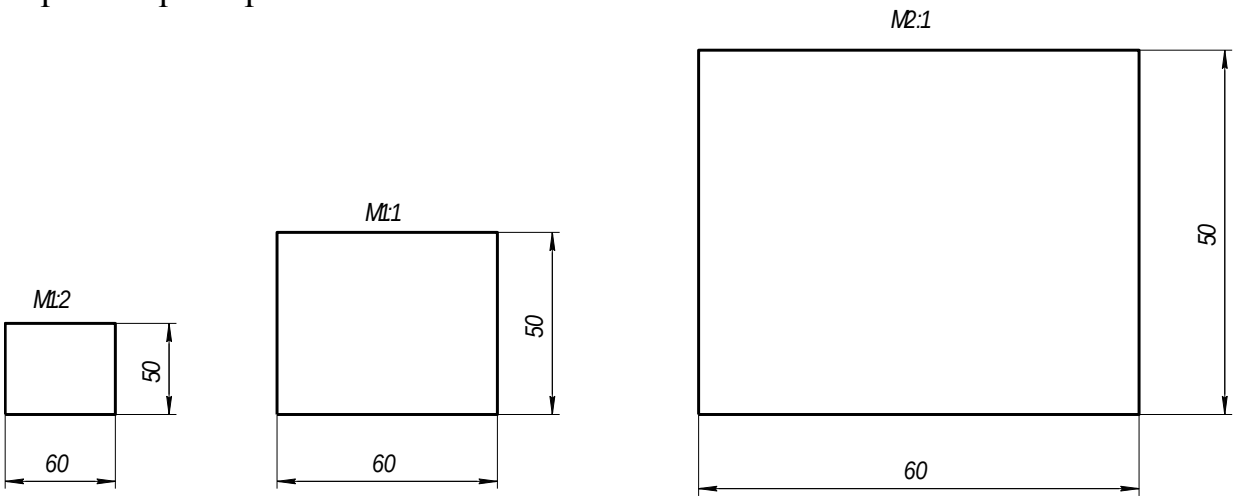
Питання для самоперевірки

1. Що таке масштаб креслення?
2. Які масштаби зменшення і збільшення Ви знаєте?

3. Як позначити масштаб на кресленні?
4. Як проводять розмірні лінії на кресленні при простановці розмірів?
5. Як нанести розмір діаметра на кресленні?
6. Як поділити відрізок на 4 частини?
7. Як вписати в коло правильний шестикутник?
8. Що таке уклон. Як позначити уклон на кресленні?
9. Що таке конусність. Як позначити конусність на кресленні?
10. Назвіть основні елементи спряження.
11. Як побудувати зовнішнє спряження двох дуг?
12. Як побудувати овал?
13. Які основні елементи еліпса?
14. Як побудувати еліпс за двома його осями?

Масштаби

Масштаб – це відношення лінійних розмірів зображення, поданого на кресленні, до справжніх розмірів зображеного предмета.
Вибираючи масштаб зображення, беруть до уваги призначення креслення, величину і складність зображуваного виробу, кількість проекцій, розміри тощо. Слід пам’ятати, що незалежно від масштабу на зображенні проставляють лише справжні розміри.



Мал. 10

На мал.10 показаний прямокутник виконаний в різних масштабах. Не залежно від масштабу його виконання розміри проставлені справжні.
Масштаби збільшення і зменшення (ГОСТ 2.302 – 68)

Таблиця 4

Масштаб зменшення		Масштаб збільшення	
1:2	1:20	2:1	20:1
1:2,5	1:25	2,5:1	40:1
1:4	1:40	4:1	50:1
1:5	1:50	5:1	100:1
1:10	1:75	10:1	
1:15	1:100		

Нанесення розмірів

Розмірні числа є основою для визначення величини зображуваного виробу і його елементів.

Розміри поділяють на лінійні і кутові.

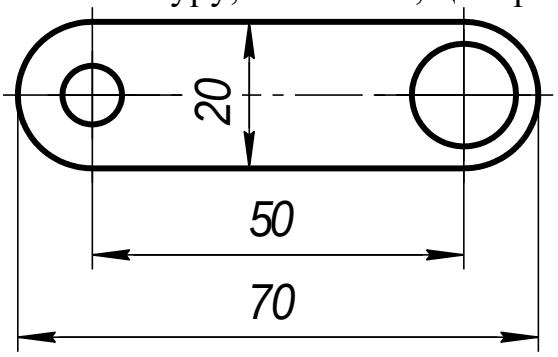
Лінійні розміри проставляють у міліметрах, не зазначаючи одиниці вимірювання. Якщо розміри записують на полі креслення, слід поряд з розмірним числом зазначати одиницю вимірювання.

Для розмірних чисел використовують тільки десяткові дроби. Простий дріб дозволяється застосовувати для розмірів у дюймах, наприклад для позначення трубної і конічної різьб.

Кожний розмір наносять на кресленні тільки один раз. Повторювати розміри на різних зображеннях або в написах не дозволяється. Загальна кількість розмірів повинна бути мінімальною, але достатньою для того, щоб за цим кресленням можна було виготовити виріб, і проконтролювати якість його виготовлення.

Розміри, що характеризують три найбільших виміри предмета— довжину, висоту і ширину (товщину), називаються габаритними.

Розмірні і виносні лінії. Розміри на кресленнях показують розмірними числами, які проставляють над розмірними лініями. Якщо треба, проводять і виносні лінії. Розмірна лінія показує межі вимірювання елемента предмета. Її проводять між виносними лініями або розміщують безпосередньо між лініями контуру, осьовими, центровими та ін.(мал.11).



Мал.11

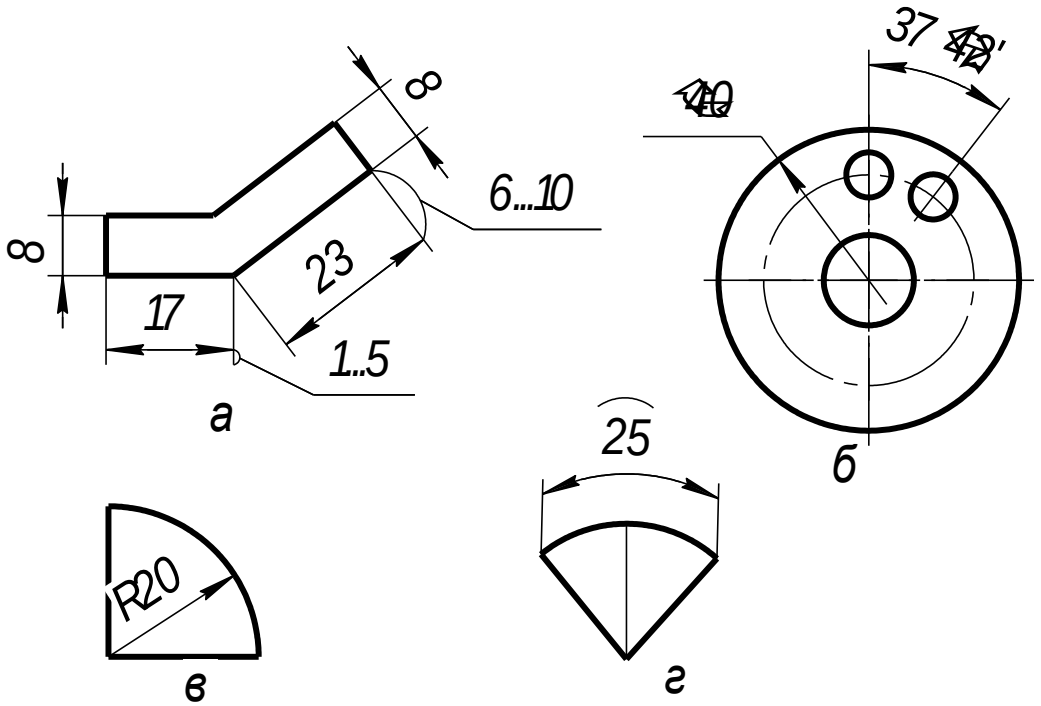
Рекомендується наносити розмірні лінії поза контуром зображення, розміщуючи їх по можливості справа і знизу від зображення. Розглянемо основні випадки проведення розмірних ліній:

а) наносячи розмір прямолінійного відрізка, розмірну лінію проводять паралельно цьому відрізку і такої самої довжини, а виносні лінії — перпендикулярно до розмірних (мал. 12, а);

б) при нанесенні розміру кута розмірну лінію проводять у вигляді дуги з центром у вершині кута, виносні лінії йдуть радіально (мал. 12, б);

в) наносячи розмір радіуса, розмірні лінії проводять між дугою або її продовженням і центром дуги (мал.12, в);

г) розмірну лінію для нанесення розміру діаметра кола проводять через його центр (мал. 12,б) або паралельно одному з його діаметрів;



Мал. 12

д) при нанесенні розміру дуги кола розмірну лінію проводять концентрично контуру дуги, а виносні лінії — паралельно бісектрисі кута; над розмірним числом ставлять знак " ⌒" дуги (мал. 12, г).

Розмірні і виносні лінії креслять тонкими суцільними лініями завтовшки S/3 ... S/2. Відстані між паралельними розмірними лініями, а також від розмірної до паралельної їй контурної, осьової або виносної лінії мають бути в межах 6...10 мм (мал.12, а).

Виносні лінії можуть бути продовженням ліній видимого контуру, осьових, центрових, а іноді й ліній невидимого контуру. Виносні лінії виходять за кінці розмірних стрілок на 1 ... 5 мм (мал. 12,а). Слід уникати перетину розмірних і виносних ліній.

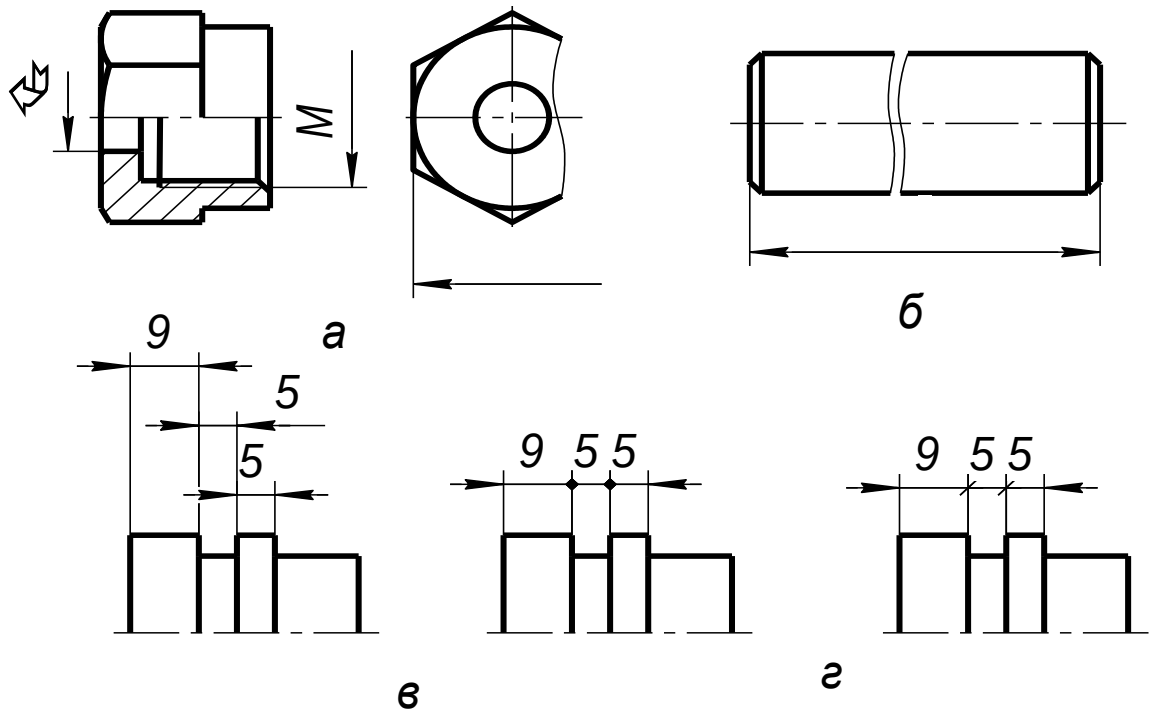
Контурні, осьові, центрові і виносні лінії, а також їх продовження не дозволяється використовувати як розмірні лінії.

Якщо вигляд або розріз симетричного предмета чи його окремих симетрично розташованих елементів накреслено тільки до осі симетрії або з обривом, то розмірну лінію проводять також з обривом трохи далі від осі або лінії обриву предмета (мал. 13 а). Розмірну лінію проводять з обривом і в таких випадках:

а) при нанесенні діаметра кола незалежно від того, повністю чи частково його накреслено (мал. 12,б). Розмірну лінію слід проводити трохи далі від центра;

При розриві зображення розмірну лінію проводять повністю (мал. 13, б).

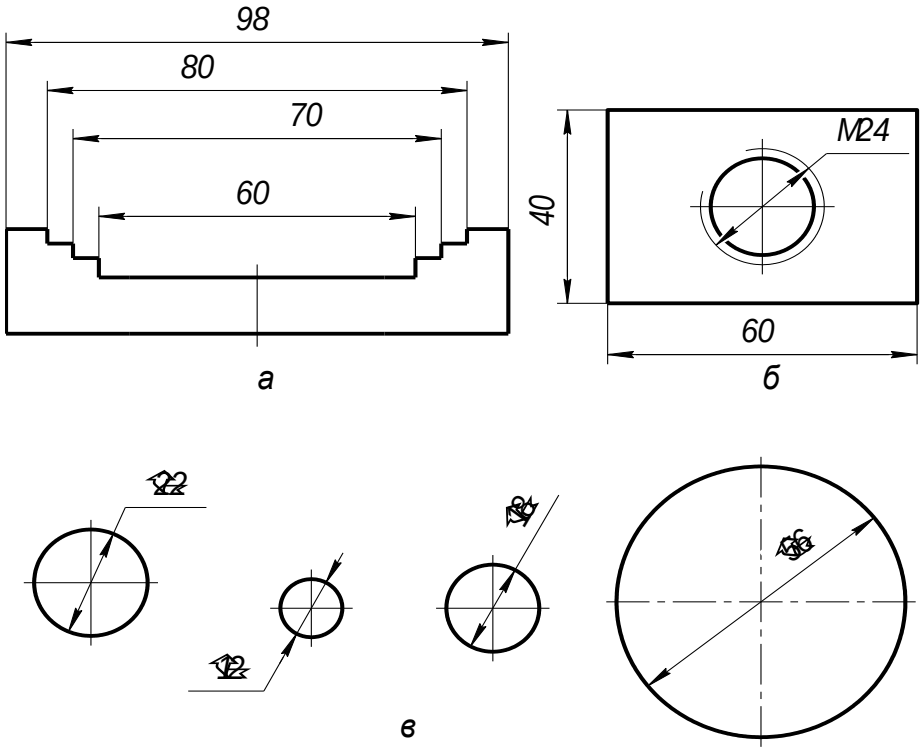
Стрілки. Розміри стрілок вибирають залежно від товщини лінії видимого контуру: довжина стрілки l=(6...10)s, ширина основи h≈2s де s — товщина лінії видимого контуру. Найчастіше довжину стрілки беруть у межах 4 ...6 мм.



Мал. 13

Вістря стрілок слід упирати в контурні, виносні, центрові або осьові лінії.

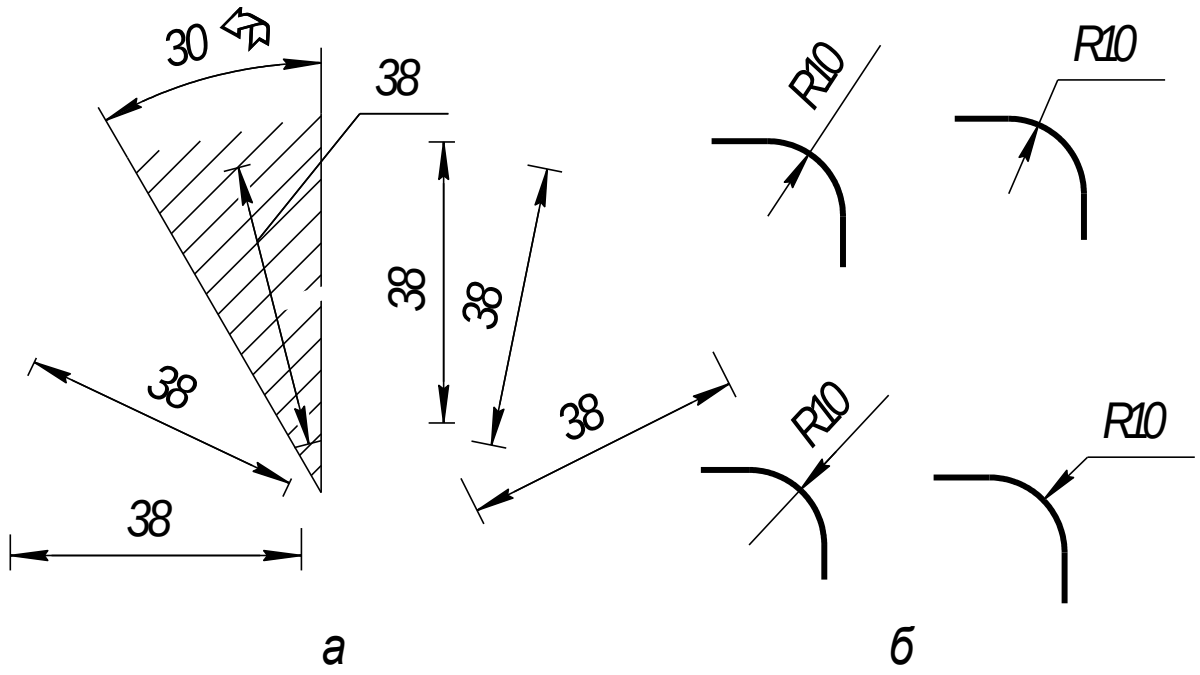
Якщо довжина розмірної лінії недостатня для розміщення стрілок, то лінію слід продовжити за виносні, контурні та інші лінії і вістря стрілок спрямувати в бік розмірного числа (мал. 13, в). При послідовному розміщенні чисел у вигляді ланцюжка, коли не вистачає місця, дозволяється замінювати стрілки рисками, напрямленими під кутом 45°, або точками (мал. 13, г).



Мал. 14

Якщо стрілка перетинає лінію видимого контуру або виносну, то в цьому місці останні допускається переривати (мал.14,б).

Розмірні числа слід писати стандартним шрифтом, витримуючи на кресленні один розмір шрифту. Рекомендується шрифт 3,5 або 5. Розмірні числа наносять над розмірною лінією, паралельно їй і якомога ближче до її середини. Якщо є кілька паралельних або концентричних розмірних ліній на невеликій відстані одна від одної, розмірні числа проставляють у шаховому порядку (мал. 14,а).



Мал.15

На мал. 15, а показано, як наносити числа лінійних розмірів при різних нахилах розмірних ліній. При вертикальних розмірних лініях цифри розміщують так, щоб вони читалися справа, при похилих розмірних лініях їх розміщують основами донизу. У межах заштрихованих кутів 30° треба по можливості не ставити розмірних чисел; якщо ж це зробити треба, то відповідні розмірні числа наносять над поличкою лінії-виноски.

Якщо над розмірною лінією не вистачає місця розмірні числа пишуть або на продовженні розмірної лінії, або виносять на поличку, розміщену паралельно основному напису креслення. Вибір того або іншого способу залежить від зручності читання креслення.

Не дозволяється розділяти або перетинати розмірні числа будь - якими лініями креслення або наносити ці числа у місцях перетину розмірних, осьових або центрових. Якщо потрібно нанести розмірне число, такі лінії переривають. Контурну лінію для нанесення розмірних чисел розривати забороняється. Якщо розмірне число наносять на заштрихованому полі креслення, то штриховку розривають.

Діаметри. На кресленні кола завжди треба проставляти розмір діаметра, а не радіуса (мал. 14,в). Перед розмірним числом діаметра наносять знак " Ø " . Для кіл діаметром 12 мм і менших за 12 мм розмірні стрілки і розмірні числа наносять ззовні кола (мал 14,в). . Розмірну лінію діаметра допускається проводити з обривом незалежно від того, повністю чи неповністю зображено коло (мал 12, б) при цьому її обривають за центром кола.

Якщо деталь має кілька однакових круглих отворів, то на полці лінії-виноски показують розмір діаметра одного отвору із зазначенням їх кількості.

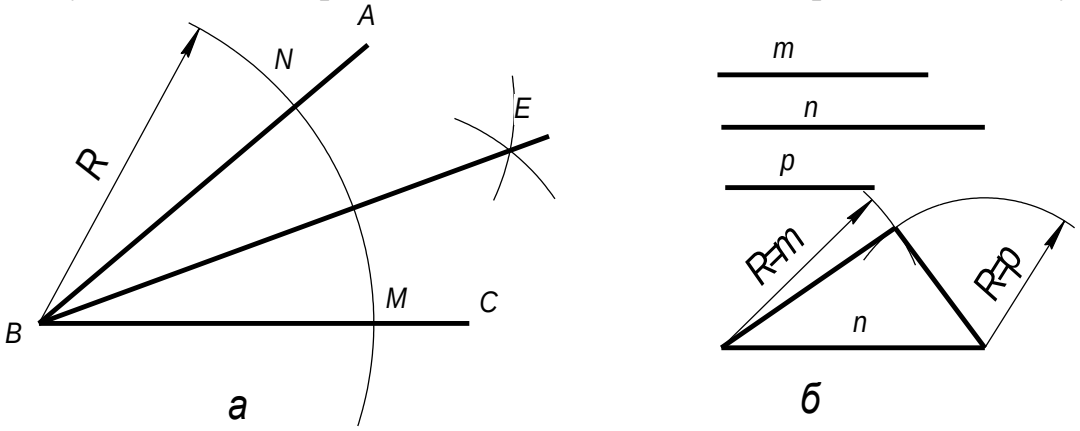
Радіуси. Перед розмірним числом радіуса ставлять велику букву R. Розмірну лінію проводять з центра дуги (мал. 15,б). Лінія ця має тільки одну стрілку, яка впирається в контур дуги. Якщо на кресленні треба показати розміри, що визначають положення центра дуги кола, то центр показують перетином центрових або виносних ліній.

При значній величині радіуса дозволяється наближати центр до дуги кола, а розмірну лінію виконувати із зламом під кутом 90°. Якщо немає потреби фіксувати координати центра дуги, то розмірну лінію радіуса можна не доводити до центра або навіть зміщувати її відносно центра (мал. 15,б). Невеликі радіуси зовнішніх або внутрішніх заокруглень наносять так, як показано на мал. 15, б.

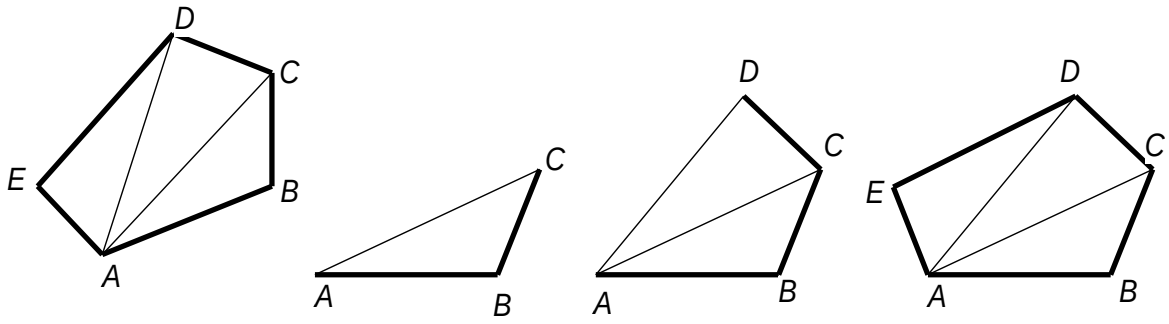
Геометричні побудови

Побудова кутів за допомогою рейсшини і косинців. Двома косинцями з кутами 45, ЗО і 60° разом з лінійкою або рейсшиною можна побудувати кути, кратні 15° (15, ЗО, 45, 60, 75, 105, 120, 135, 150°).

Ділення кута на дві рівні частини (мал. 16,а). З вершини В кута довільним радіусом R проводять дугу, яка перетинає сторони кута в точках М і N. Із знайдених точок як із центрів роблять дві засічки радіусом, більшим від половини відстані між точками М і N. Пряма ВЕ поділяє кут АВС на дві рівні частини, тобто є бісектрисою цього кута.



Мал. 16



в

Мал. 16.

Побудова трикутника АВС за трьома відрізками m, n і p (мал. 16. б). На довільній прямій відкладають відрізок АВ = п. З точки А як із центра описують дугу радіусом R= т, а з точки В — дугу радіусом R = р до взаємного перетину їх в точці С. Знайдену точку С сполучають з точками А і В.

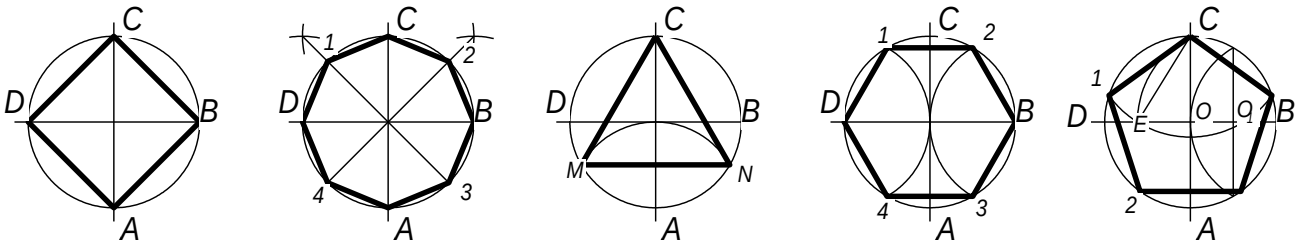
Побудова многокутника, що дорівнює даному (мал. 16).

З точки А (мал. 16, в) проводять діагоналі і ділять многокутник на трикутники. Шуканий многокутник будують поетапно як ряд послідовних трикутників за трьома відрізками способом, наведеним на мал. 16,а.

Ділення кола на рівні частини

Ділення кола на чотири рівні частини (мал. 17, а). Два взаємно перпендикулярних діаметри ділять коло на чотири рівні частини. Сполучивши точки поділу, дістають вписаний квадрат.

Ділення кола на вісім рівних частин (мал. 17, б). Дуги кола між точками А і С, В і С ділять навпіл за допомогою циркуля або транспортира. Знайдені точки сполучають прямими з центром кола і продовжують прямі до перетину з протилежною частиною кола. Коло поділиться на вісім рівних частин. Сполучивши точки поділу, дістають правильний восьмикутник.



а б в г д

Мал. 17

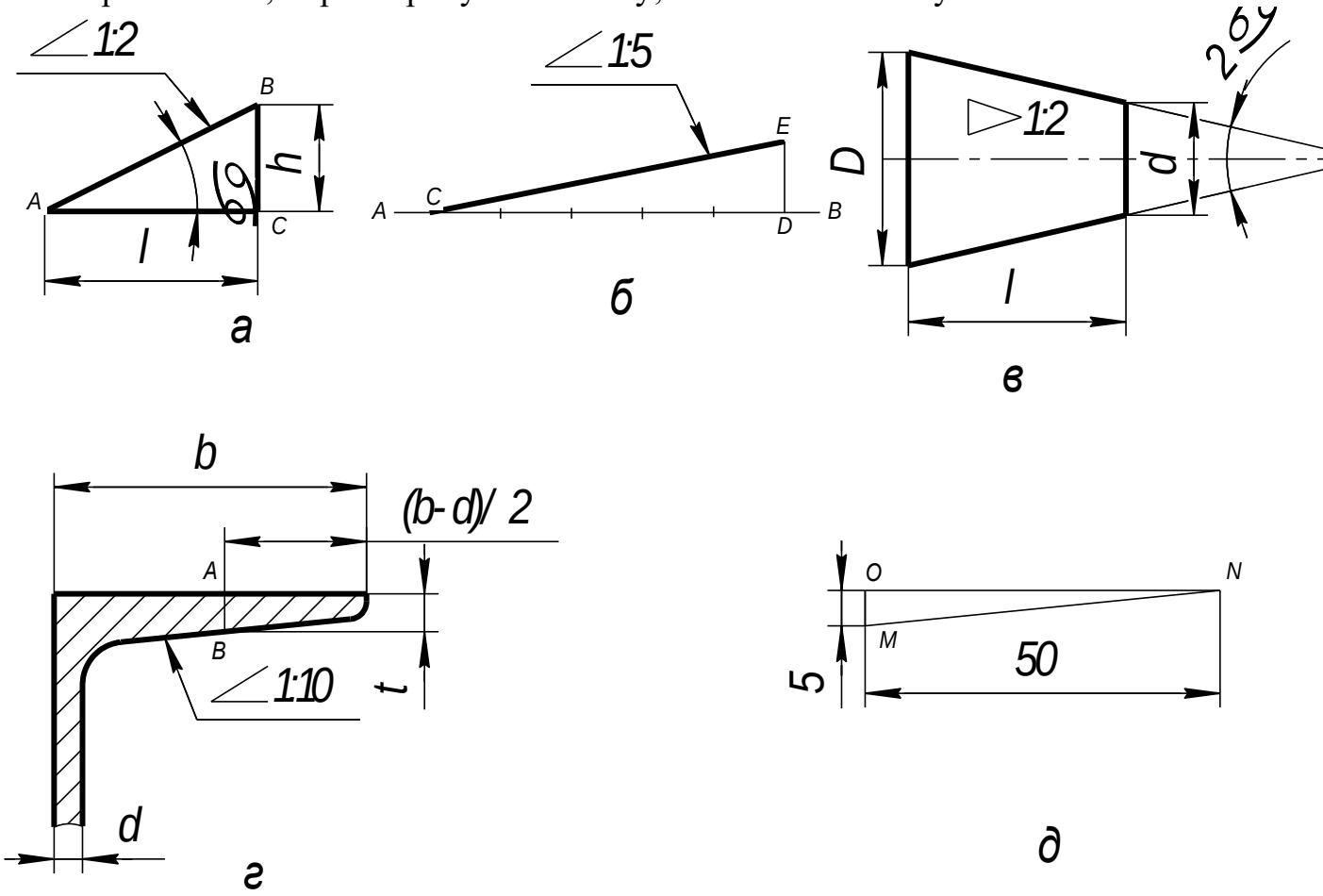
Ділення кола на три рівні частини (мал. 17, в). З кінця А вертикального діаметра як із центра радіусом кола R проводять дугу, яка засікає коло в точках М і N. Сполучивши точки М, N і С, дістають правильний вписаний трикутник.

Ділення кола на шість рівних частин (мал. 17, г). З кінців D, B горизонтального діаметра радіусом кола проводять дуги, які засікають коло в точках 1, 2, 3 і 4. Сполучивши точки D, 1, 2, B, 4, 3, дістають правильний вписаний шестикутник.

Ділення кола на п'ять рівних частин (мал. 17, д). Горизонтальний радіус OB кола ділять на дві рівні частини і, беручи знайдену точку O_1 за центр, проводять дугу радіусом, що дорівнює відрізку O_1C. Ця дуга перетинає горизонтальний діаметр у точці E. Відрізок CE і є стороною вписаного п'ятикутника, а відрізок OE приблизно дорвнює стороні вписаного десятикутника.

Побудова уклону і конусності

Нахил однієї лінії відносно іншої, розташованої горизонтально або вертикально, характеризує величину, яка називається уклоном.



Мал. 18

У прямокутному трикутнику ABC (мал. 18, а) нахил гіпотенузи AB до катета AC можна подати або величиною кута α в градусах, або уклоном і, величина якого визначається відношенням катета BC до катета AC. Уклон можна подати в процентах або у вигляді відношення, наприклад: 10% або 1 : 10.

З побудовою уклону пов’язані дві основні задачі:

1. Визначити величину уклону прямої АВ відносно прямої АС (мал. 18, а). З довільної точки С прямої АС ставлять перпендикуляр до АС. Вимірюють довжину катетів ВС і АС і ділять першу величину на другу. Припустимо, що довжина катета ВС дорівнює 10 мм, а катета АС — 20 мм. У цьому разі матимемо уклон 1 : 2, або 50%,

2. Дано відрізок АВ і на ньому точку С (мал. 18, б). Через точку С треба провести пряму з уклоном 1 : 5 до даного відрізка. На прямій АВ від точки С відкладають п’ять довільних рівних відрізків. З точки D ставлять перпендикуляр, на якому відкладають один такий відрізок. Пряма, проведена через точки С і Е, має уклон 1 : 5 по відношенню до прямої АВ.

Поверхні багатьох виробів, наприклад швелерів, залізничних рейок, литва тощо, мають різні уклони. Розглянемо креслення полички швелера № 18 (мал. 18, г). За розмірами Н = 180 мм, b = 70 мм, d= 5,1 мм, узятими з стандарту, креслять основний контур швелера.

Визначаючи розмір (b-d)/2 = (70-5,1)/2 = 32,5 мм, знаходять точку Е і відкладають від неї величину t = DE = 8,7 мм. Через знайдену точку Е проводять пряму з уклоном 10%. На вільному місці креслення проводять лінії МР та NP, які мають уклон 10%, і через точку Е проводять пряму, паралельну NP.

Конусність визначають як відношення різниці діаметрів двох поперечних перерізів конуса до відстані між ними (мал. 18, в), тобто

$$К = (D-d)/2 = 2tg\alpha.$$

Величина конусності на мал. 18,в дорівнює 1 : 2. Конусність можна подати простим дробом або в процентах. Залежно від призначення поверхням багатьох деталей надають тієї або іншої конусності. Так, у конічних штифтів К = 1 : 50, у хвостовиків К = 1 : 20, у центрів токарних верстатів К = 1 : 7; 1 : 10 тощо.

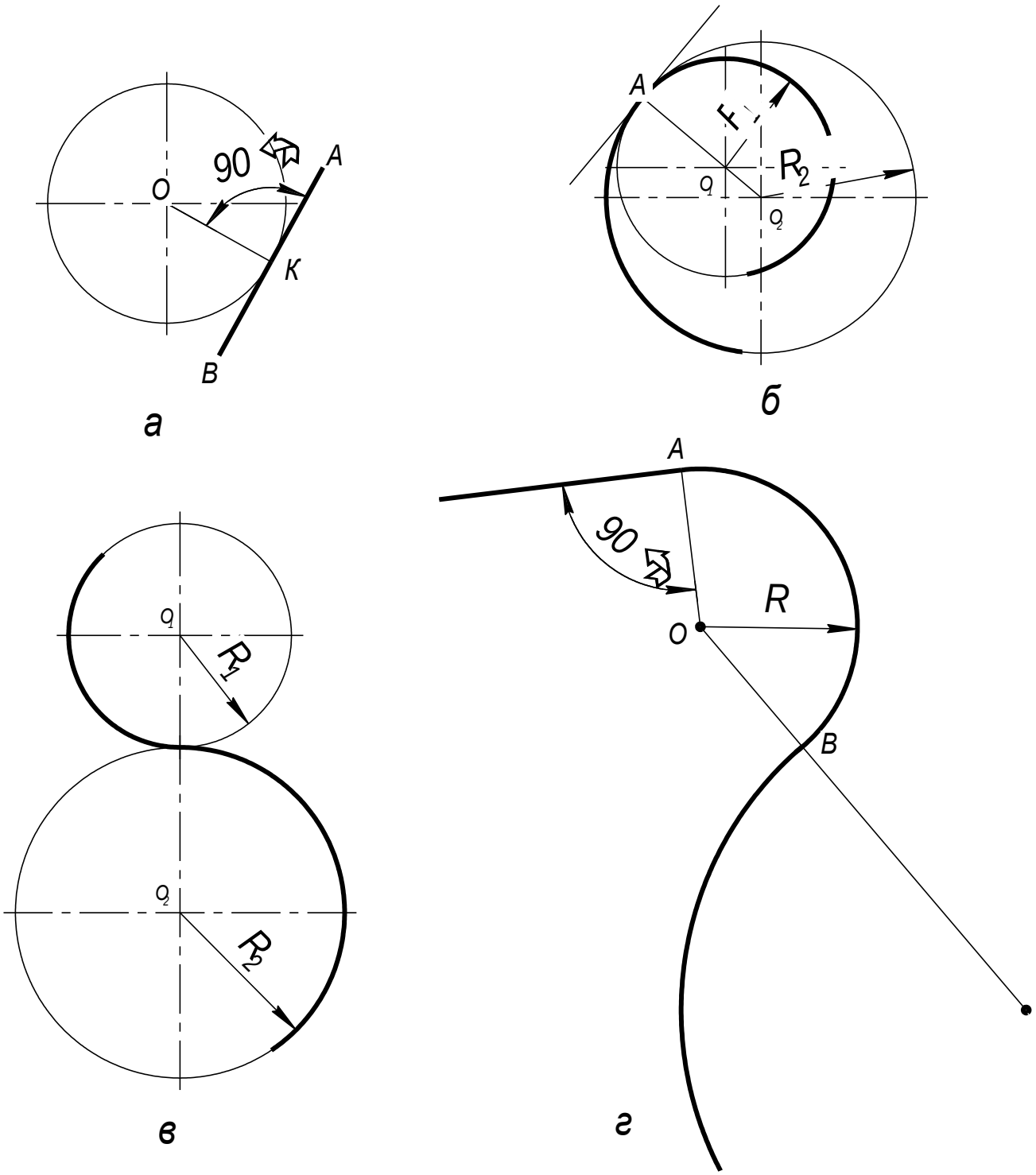
У машинобудуванні ГОСТ установлює для конусів такі нормальні конусності: 1 : 200; 1 : 100; 1 : 50; 1 : 20; 1 : 10; 1 : 8; 1:5; 1:3; 1:1,866; 1 : 1,207; 1 : 0,866; 1 : 0,652; 1 : 0,5; 1 : 0,289

Спряження

При виконанні креслень різних предметів часто доводиться плавно сполучати між собою різні лінії (прямі з дугами кіл, дугу одного кола з дугами інших кіл тощо).

Плавний перехід однієї лінії в іншу називається дотиканням.

Основні типи дотикання відомі з геометрії. Пряма, дотична до кола, утворює прямий кут з радіусом, проведеним у точку дотику (мал. 19, а). Точка дотику К є основою перпендикуляра, опущеного з центра 0 на пряму АВ (мал. 19, а).



Мал. 19

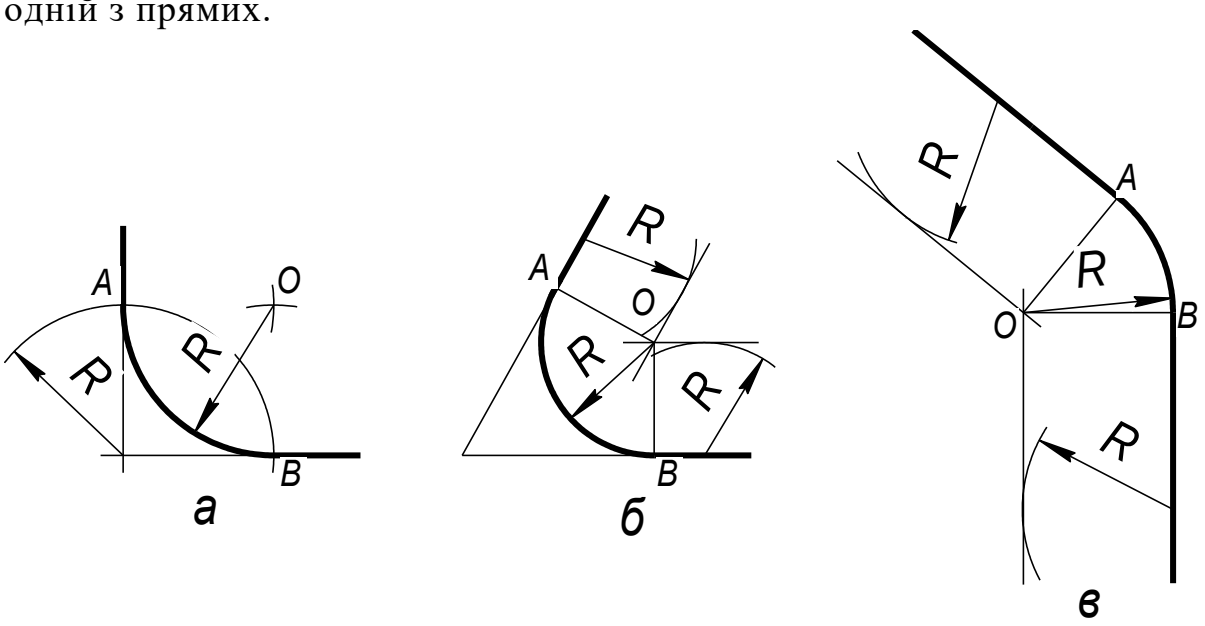
Існує два види взаємного дотикання кіл: зовнішнє (мал. 19, в), коли відстань між центрами дорівнює сумі радіусів R_1+R_2 і точка дотику розташована на лінії центрів між O_1 та O_2, і внутрішнє (мал. 19, б), коли відстань між центрами дорівнює різниці радіусів R_1-R_2 і точка дотику лежить на лінії центрів поза точками O_1 та O_2. Через точку дотику можна провести спільну дотичну і, яка буде перпендикулярною до радіусів, проведених у точку дотику.

Плавний перехід від однієї лінії до іншої, виконаний за допомогою проміжної лінії, називається спряженням.

Основні елементи спряження (мал. 19, г) — це радіус дуги спряження R, центр спряження О, точки спряження, або точки переходу, А і В. У технічному кресленні при побудові спряжень найчастіше задають радіус дуги спряження R, а інші елементи визначають у процесі побудови.

Спряження прямих дугою кола

Найчастіше бувають два типи завдань на побудову спряжень двох прямих: 1) задано радіус дуги спряження; 2) задано точку спряження на одній з прямих.



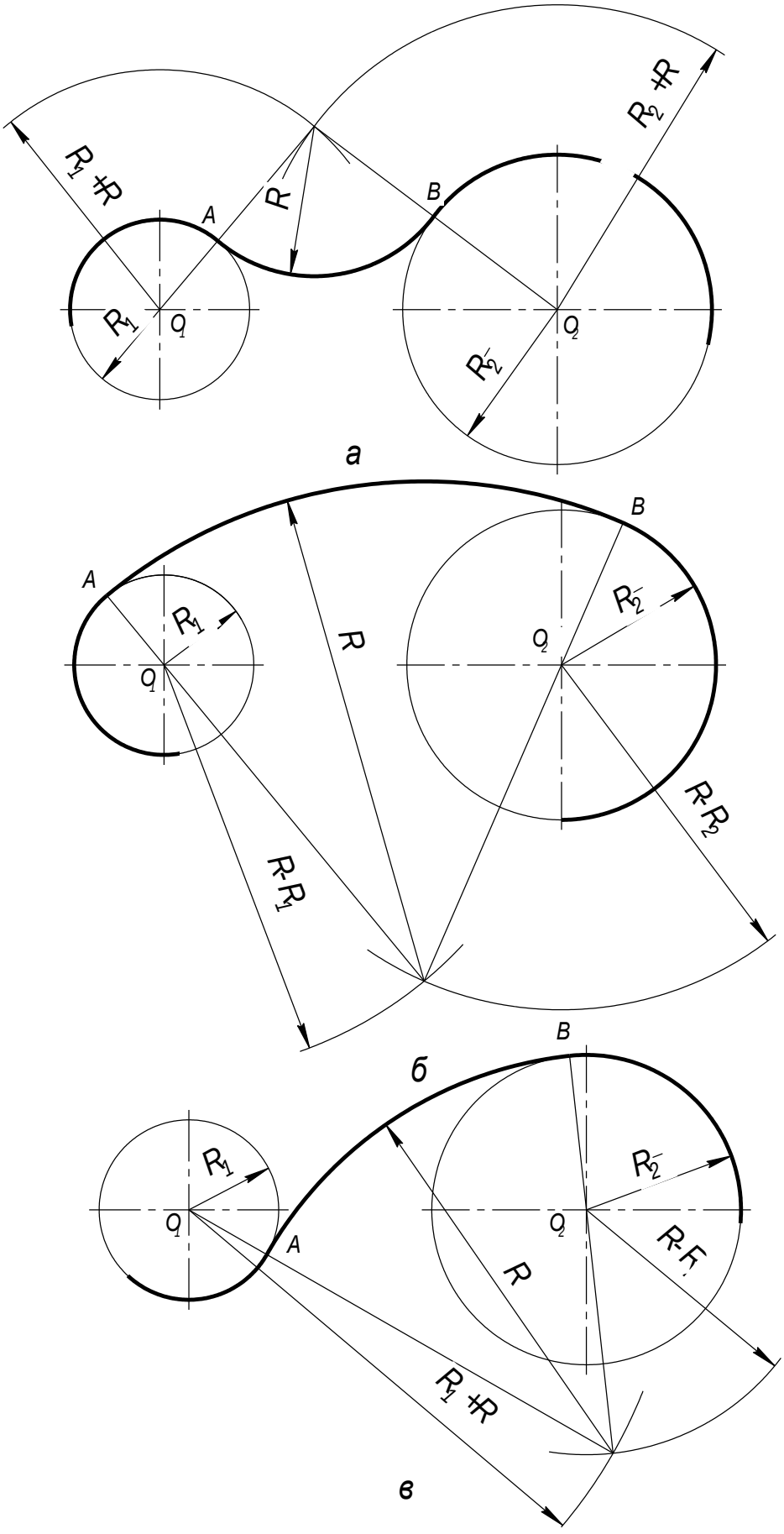
Мал. 20

Спряження сторін прямого, гострого або тупого кутів (мал. 20, а, б, в) дугою радіуса R (заокруглення кутів). Проводять дві допоміжні прямі, паралельні сторонам кута, на відстані радіуса спряження R. Ці прямі є геометричним місцем центрів кіл радіуса R, дотичних до сторін кута. Точка О перетину цих прямих є центром дуги спряження. Перпендикуляри, опущені з центра на задані прямі, визначають точки спряження А і В. Радіусом R проводять дугу спряження між точками А і В. Заокруглення прямого кута простіше виконати так, як показано на мал.20, а.

Спряження дуг між собою

Розрізняють три типи спряжень дуг кола між собою: зовнішнє, внутрішнє, мішане.

Зовнішнє спряження (мал. 21, а). Центр спряження О лежить у точці перетину двох допоміжних дуг радіусів R_1+R і R_2+R, проведених відповідно з центрів O_1 і O_2. Точки спряження А і В визначають як точки перетину заданих дуг з прямими OO_1 і OO_2.


R1+R
R
R2+R
A
B
O1
O2
R1
R2
а
A
B
R1
R
R2
O1
O2
R-R1
R-R2
б
B
R1
R2
O1
O2
A
R
R-R2
R1+R
в

Мал. 21

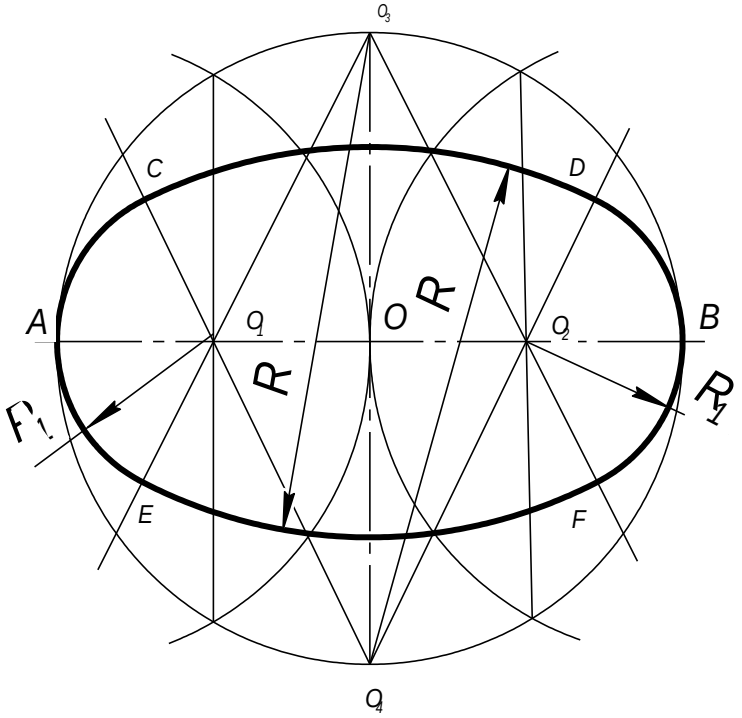
Внутрішнє спряження (мал. 21, б). З центрів O_1 і O_2 проводять дві допоміжні дуги радіусами $R-R_1$ і $R-R_2$, які в перетині дають центр спряження О. Прямі OO_1 і OO_2, перетинаючи задані дуги, дають точки спряження А і В.

Мішане спряження (мал. 21, в). Центр спряження знаходять як точку перетину двох допоміжних дуг радіусів $R+R_1$ і $R-R_2$, проведених відповідно з центрів O_1 і O_2 заданих дуг. Точки спряження А і В визначають, як і в попередніх випадках.

Побудова коробозих кривих.

Коробовими називаються опуклі криві, утворені спряженням дуг кола.

До коробових кривих належать овали, овоїди, завитки тощо. Овал — це замкнена коробова крива, яка має дві осі симетрії. Його можна будувати за однією великою віссю або за двома осями — великою і малою.



Мал. 22

Побудова овала діленням великої осі на чотири частини (мал. 22). Поділивши велику вісь АВ на чотири рівні частини, дістають центри спряження O_1 і O_2. З центра О радіусом О А проводять дугу до перетину з вертикальною віссю в точках O_3 і O_4 — другій парі центрів спряження. Точки спряження С, D, F, Е розташовані на прямих O_1O_3; O_1O_4; O_2O_3; O_2O_4. Описуючи з центрів O_1 і O_2 дуги радіусом $R_1= O_1A$, а з центрів O_3 і O_4 — радіусом $R = O_4D$, дістають контур овала.

Виконання креслень технічних деталей

Починати виконувати креслення технічної деталі треба з аналізу геометричних елементів, з яких вона складається, і з визначення її габаритних розмірів. Потім слід продумати, які геометричні побудови і спряження треба виконати під час креслення. Виконувати побудову треба в такій послідовності: а) нанести осьові і центрові лінії; б) провести кола,

центрами яких є перетин центрових ліній; в) провести прямі лінії; г) виконати спряження, які є на деталі, причому обов'язково робити допоміжні побудови для знаходження центрів і точок спряження; д) нанести розмірні лінії і проставити розмірні числа. Допоміжні побудови треба залишити для перевірки їх викладачем.

Після перевірки креслення наводять олівцем або тушшю. Робити це треба в певній послідовності, а саме: а) осьові і центрові лінії; б) кола та їх дуги, в тому числі дуги спряжень (починати треба з дуг і кіл більших радіусів); в) горизонтальні суцільні основні лінії; г) вертикальні суцільні основні лінії; д) похилі суцільні основні лінії; е) суцільні тонкі лінії; є) стрілки, розмірні числа, написи тощо. Після цього заштриховують перерізи і розрізи.

Лекальні криві

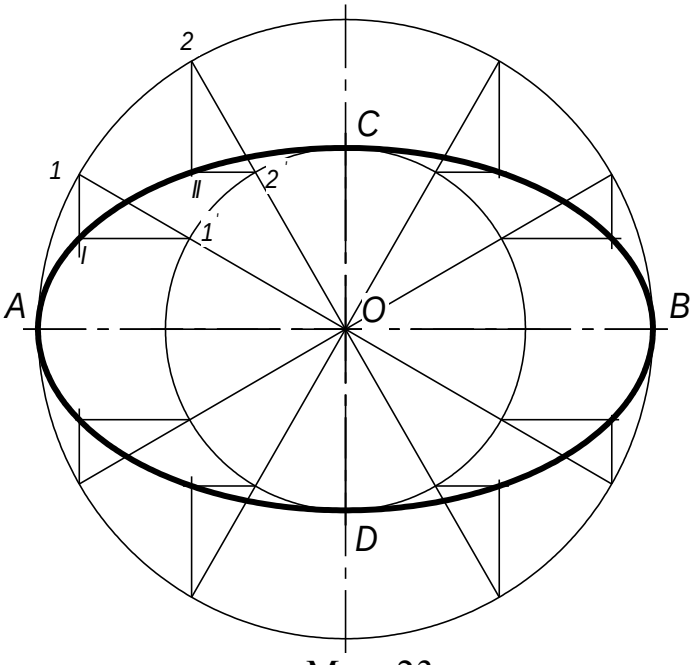
Лекальними називаються криві, які креслять за допомогою лекал за попередньо знайденими окремими точками.

До лекальних кривих належать еліпс, парабола, гіпербола, синусоїда, евольвента та інші.

Еліпс.

Еліпсом називається замкнена крива, що являє собою геометричне місце точок М, для яких сума відстаней R_1 і R_2 до двох заданих точок F_1 і F_2 (фокусів) є величина стала, що дорівнює великій осі еліпса.

Побудова еліпса за його великою АВ і малою CD осями (мал. 23).



Мал. 23

З центра О еліпса проводять два концентричних кола, діаметри яких дорівнюють великій осі АВ еліпса і малій осі СО. Велике коло ділять на певну кількість рівних частин, наприклад на 12, і точки поділу

сполучають радіусами з центром О. Ці радіуси ділять мале коло на таку саму кількість рівних частин. З точок 1, 2,... великого кола проводять вертикальні промені, паралельні малій осі еліпса, а з точок 1', 2',... малого кола — горизонтальні промені, паралельні великій осі. Перетин променів, проведених з однаково позначених точок поділу, дадуть точки еліпса I, II,... Ці точки послідовно сполучають плавною кривою.

Гіпербола

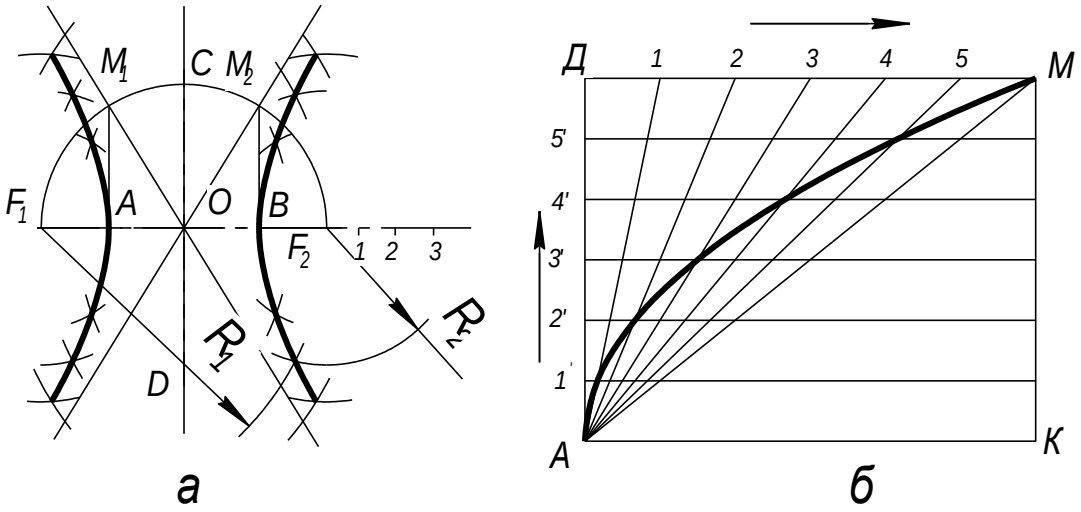
Гіпербола утворюється при перетині конуса площиною α, паралельною двом його твірним або осі конуса.

Гіперболою називається незамкнена плоска крива, в якої різниця відстаней будь-якої точки М від фокусів F_1 і F_2 є величина стала, що дорівнює відстані між вершинами гіперболи, тобто R_1-R_2 =АВ.

Гіпербола має дві осі симетрії — дійсну А В і уявну CD. Точки А і В — вершини гіперболи.

Асимптоти — це прямі, що необмежено наближаються до гілок гіперболи і стикаються з ними у нескінченності.

Побудова гіперболи за фокусною відстанню F_1F_2 і відстанню між вершинами АВ. (мал. 24, а). Проводять дві взаємно перпендикулярні прямі і відкладають від точки О відрізки О А = ОВ = а; $OF_1 = OF_2$ = с. Радіусом OF_1 з центра О будують півколо і з вершин А та В ставлять перпендикуляри AM_1 і BM_2 до дійсної осі гіперболи. Через центр О і знайдені точки M_1 і M_2 пройдуть асимптоти l_1 і l_2. На осі гіперболи позначають кілька довільних точок 1, 2, 3,..., відстань між якими в міру віддалення від фокуса F_2 збільшується. З фокусів F_1 і F_2 як із центрів роблять засічки радіусами, які дорівнюють відстаням від будь-якої з цих точок до вершин гіперболи А і В. Наприклад, щоб знайти точку II, проводять дуги радіусом R_2= В2 з фокуса R_2, а потім зустрічну дугу радіусом R_1= А2 з фокуса F_1. Ліву гілку гіперболи будують симетрично відносно уявної осі CD.



Мал. 24

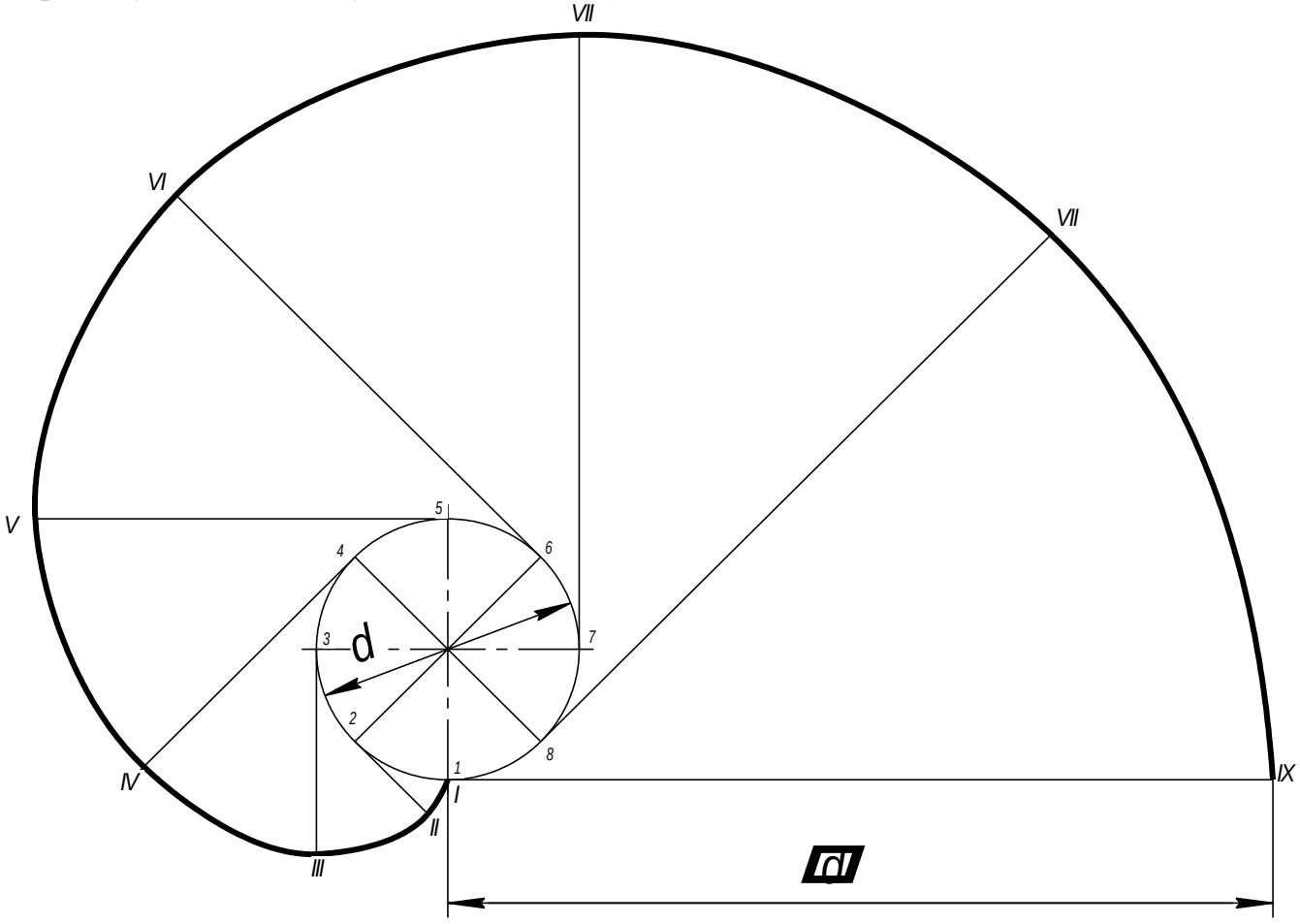
Парабола утворюється при перетині конуса площиною, паралельною одній з твірних конуса.

Параболою називається незамкнена плоска крива, кожна точка якої однаково віддалена від напрямної прямої (директриси) RL і від фокуса F.

Побудова параболи за відомими її віссю АК, вершиною А і довільною точкою М, що належить параболі (мал. 24, б).

Будують прямокутник АДМК, вершинами якого є задані точки А і М. Відрізки АД і ДМ ділять на однакову кількість рівних частин. Точки поділу нумерують у напрямах, показаних стрілками. Вершину А сполучають з точками 1, 2, 3, ... проводять прямі, паралельні осі АК. Перетин однойменних прямих дає точки, які належать параболі.

Евольвента кола — це плоска крива, яку описує кожна точка прямої, перекочуваної по колу без ковзання (мал. 25).



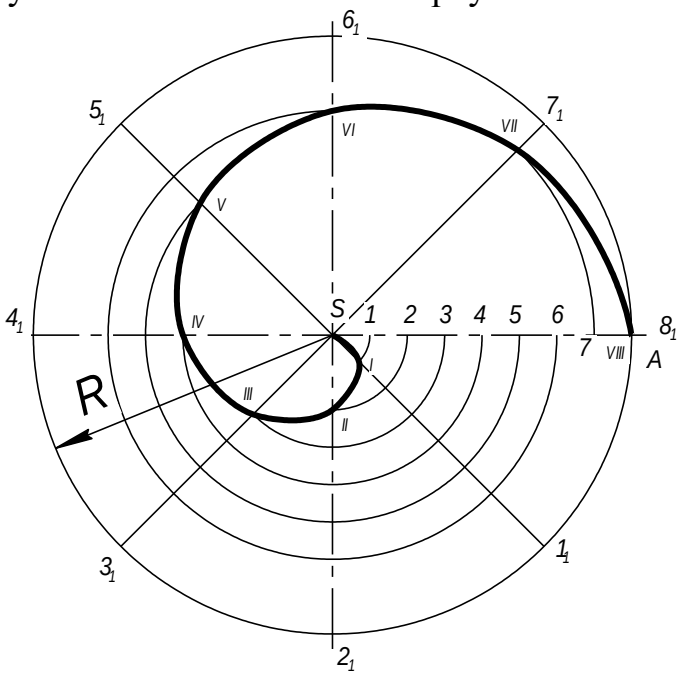
Мал. 25

Побудову евольвенти за заданим діаметром кола й (мал. 25) ведуть так. Коло ділять на певну кількість рівних частин, наприклад на вісім. З точок 1, 2, 3,... поділу проводять до кола дотичні і відкладають на них відповідно 1/8, 2/8, 3/8,... довжини кола. Наприклад, відрізок 2— II дорівнює πd/8, відрізок 3—III дорівнює 2πd/8 і т. д.

Знайдені точки I, II, III,... сполучають за допомогою лекал.

Спіраль Архімеда — це плоска крива, яку описує точка, що рівномірно рухається по радіусу-вектору, який водночас рівномірно обертається навколо нерухомої точки — полюса S спіралі (мал. 26).

Відрізок, що сполучає довільну точку спіралі з полюсом, називається радіусом-вектором. Крок спіралі SA — це шлях, який проходить точка по радіусу-вектору за час його повного оберту навколо полюса S.



Мал. 26

Побудову спіралі за відомими кроком SA і полюсом S (мал. 26) ведуть так. З точки S як із центра проводять коло радіусом SA. Коло і відрізок SA ділять на однакову кількість рівних частин, наприклад на вісім. З полюса S до точок 1_1, 2_1, 3_1... поділу кола проводять промені. З того самого центра радіусом, що дорівнює S1, проводять дугу до перетину з променем $S1_1$ в точці 1, потім проводять дугу радіусом S2 до перетину з променем $S2_1$ в точці II, дугу радіусом S3 до перетину з променем $S3_1$ в точці III і т. д.

Знайдені точки, враховуючи S і A, сполучають за допомогою лекал.

Розділ 2. Нарисна геометрія та проекційне креслення
Тема 2.1 Вступ

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами графічних побудов на площині просторових задач, навчитись аналізувати поставлену задачу і скласти план її виконання.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої робота мотивувати необхідність в отриманні знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Вступ.
2. Утворення проекцій. Проекції центральні.
3. Утворення проекцій. Паралельні проекції.
4. Метод Монжа.

Література:

1. Арустамов Х. А. Сборник задач по начертательной геометрии. М, 1965
2. Боголюбов С. К Индивидуальныю задания по курсу черчения. М, 1989
3. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии. М, 1958
4. М. Хаскін А. М. Креслення. К, 1972

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Завдання для самосійної роботи студента

Завдання виконуються згідно “Методичного посібника для самостійної роботи студента над дисципліною ”.

Запитання для самоперевірки

1. У чому полягає суть центрального проектування?
2. У чому полягає суть паралельного проектування?
3. На які види поділяють паралельні проекції?

Вступ

В число дисциплін, які складають основу інженерної освіти, входить нарисна геометрія.

Предметом нарисної геометрії є викладення і обґрунтування способів побудови зображень просторових форм на площині і способів рішення задач геометричного характеру по заданим зображенням цих форм.

Зображення, побудовані по правилам, які вивчаються в нарисній геометрії, дозволяють уявити форму предметів і їх взаємне розміщення в просторі, визначити їх розміри, дослідити геометричні властивості, властиві зображеному предмету.

Нарисна геометрія, викликає посилену роботу просторового уявлення, розвиваючи його.

Нарешті, нарисна геометрія, передає ряд своїх виводів в курс інженерної графіки, забезпечуючи виразність і точність креслень, а значить, можливість виконання зображень предметів.

Правила побудови креслень, викладених в нарисній геометрії, основані на методі проекцій.

Розгляд метода проекцій починається з побудови проекцій точки, так як при побудові зображення любої просторової форми розглядається ряд точок, які належать цій формі.

Утворення проекцій

Центральні проекції

Уявимо собі в просторі площину P і точку S, яка не лежить в цій площині (мал. 27). Візьмемо в просторі деяку точку A і проведемо через точки A і S пряму лінію до перетину з площиною P. Точка A_1 називається центральною проекцією точки A на площині P, точка S - центром проекцій, лінія SA_1 - проектуючою прямою або проектуючим променем і площина P - площиною проекцій.

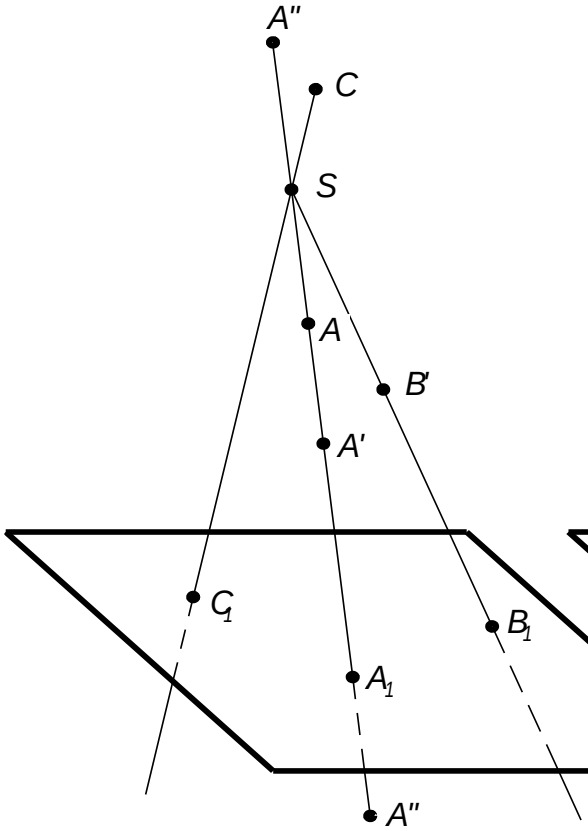
Для знаходження проекцій точок B і C (мал. 27) необхідно через взяті точки і центр S провести проектуючі прямі до перетину їх з площиною P. Отримані точки B_1 і C_1 будуть відповідно проекціями точок B і C.

Якщо оставити положення площини незмінним а змінити положення центра проекцій, переносом в другу точку S_1 (мал. 28), то проекція точки A змінить своє положення, за винятком того випадку, коли новий центр проекцій (точка S_2) буде лежати на проектуючій прямій SA_1.

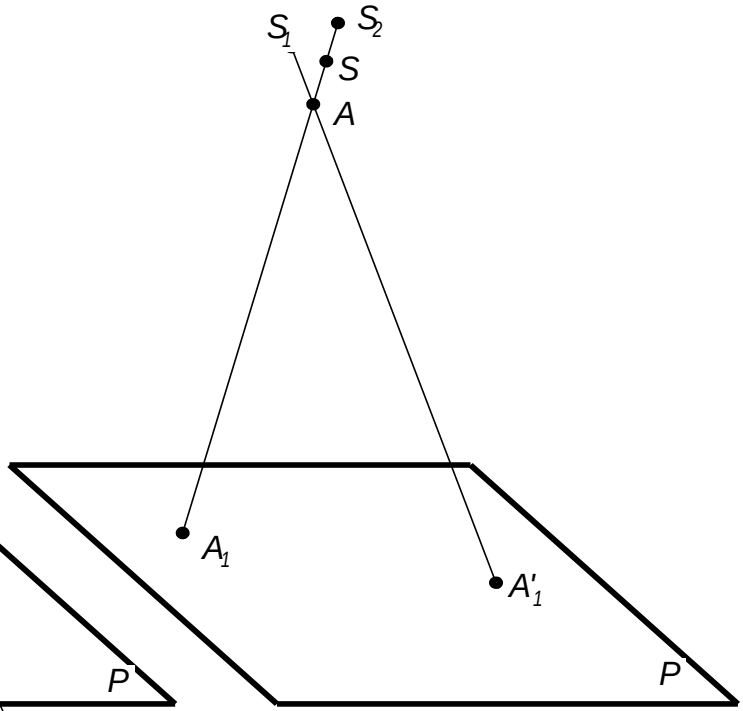
Якщо задані проекція точки і центр проекцій, то цим положення точки в просторі не визначається (мал. 27), всі точки, які лежать на проектуючій прямій SA_1, проектуються в точку A_1.

Проекцію лінії можна побудувати, якщо спроектувати з центра S ряд точок, які їй належать.

Отримання центральної проекції точки і лінії ми будемо називати центральним проектуванням.



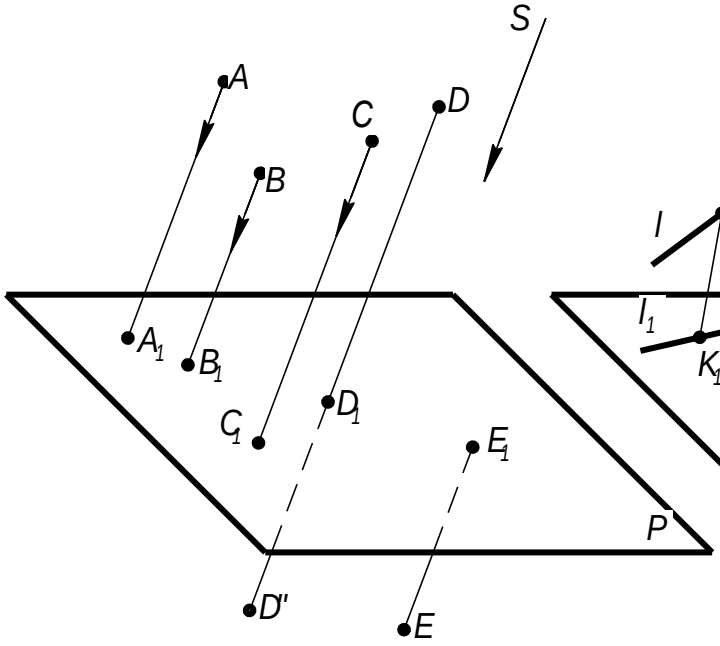
Мал. 27



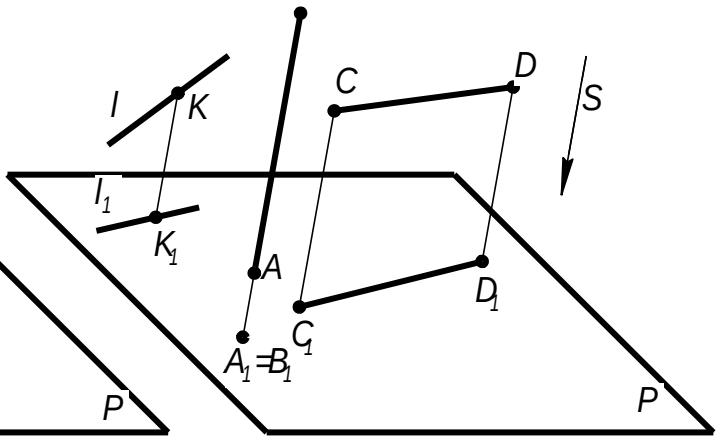
Мал. 28

Розглянемо тепер другий спосіб проектування, що називається паралельним.

Домовимося вважати, що усі проектуючі прямі при проектуванні системи точок паралельні. Для їхнього проведення повинно бути зазначений деякий напрямок (S мал. 29).



Мал. 29



Мал. 30

Паралельною проекцією точки називається точка перетину проектуючої прямої, проведеної паралельно заданому напрямку, із площиною проекцій.

Щоб одержати паралельну проекцію деякої лінії, можна побудувати проекції ряду її точок і провести через ці проекції лінії.

В паралельних проекціях:

1 . Кожна точка і лінія в просторі мають на площині проекцій єдину свою проекцію.

2 Кожна точка на площині проекцій може бути проекцією безкінечної множини точок у просторі (див. рис. 29, точка Б), тобто всіх точок, через які проходить загальна для них проектуюча пряма.

Паралельні проекції діляться на косокутні і прямокутні. У першому випадку напрямок проектування утворює з площиною проекцій кут, що не дорівнює 90°: у другому випадку проектуючі прямі перпендикулярні до площини проекції.

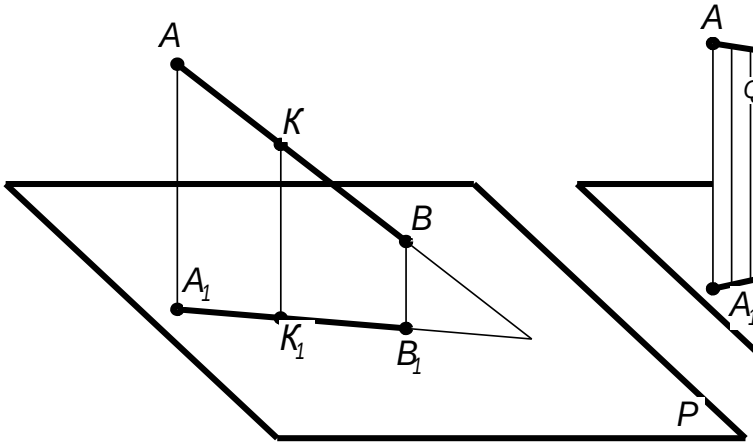
Відмітимо що:

- для побудови проекції прямої досить спроектувати дві її точки і через отримані проекції цих точок провести пряму лінію (мал. 30);

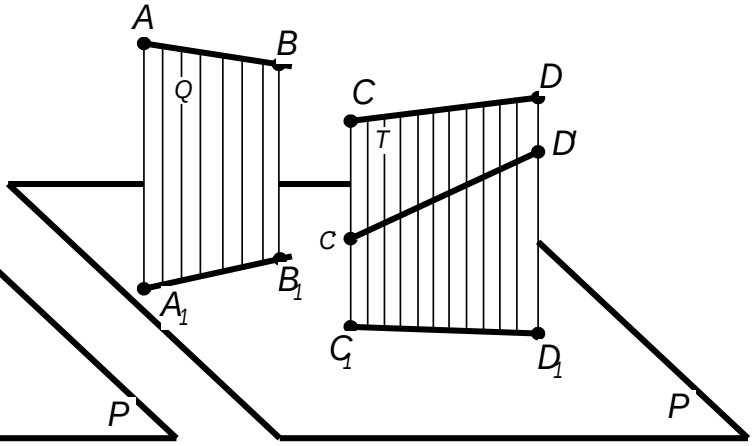
- якщо точка належить прямій, то проекція точки належить проекції цієї прямої (мал. 30);

- якщо пряма паралельна напрямку проектування (мал. 30), то її проекція буде точка;

- відрізок прямої лінії, паралельний площині проекцій, проектується на цю площину в натуральний розмір $CD=C_1D_1$ (мал. 30).



Мал. 31



Мал. 32

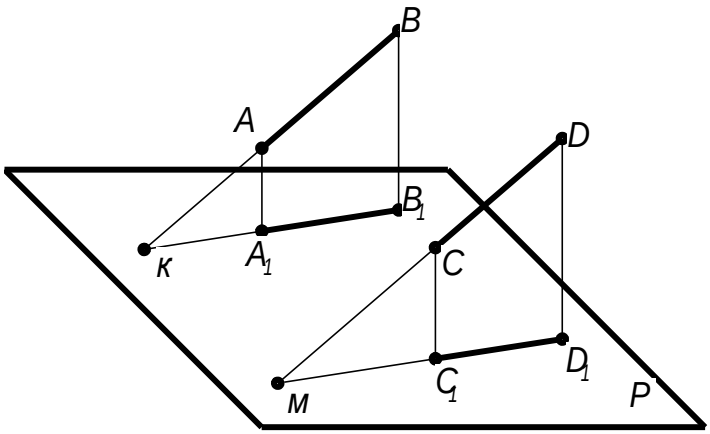
Відмітимо ще три властивості паралельних проекцій:

1. Відношення відрізків прямої лінії дорівнює відношенню їхніх проекцій (мал. 31) $АК/КВ = А_1К_1/К_1В_1$.

2. Проекції двох паралельних прямих паралельні між собою (мал. 32)

3. Відношення відрізків двох паралельних прямих рівняється відношенню проекцій цих відрізків (мал. 33) $AB/A_1B_1 = CD/C_1D_1$.

Ці властивості будуть мати важливе значення: за їхньою допомогою ми зможемо установити, які відношення, що мають місце в предметах у натурі, зберігаються й у їхніх проекціях.



Мал. 33

Метод Монжа

Відомості і прийоми, зумовлені потребою в плоских зображеннях просторових форм, нагромаджувалися поступово ще з давніх часів. Протягом довгого періоду плоскі зображення виконувалися переважно, як зображення наглядні. З розвитком техніки першорядне значення набули питання про застосування методу, що забезпечує точність і зручність виміру зображень, тобто можливість точно установити місце кожної точки зображення щодо інших точок або площин і шляхом простих прийомів визначити розміри відрізків ліній і фігур. Окремі правила, що накопичувалися поступово, і прийоми побудови таких зображень були приведені в систему і розвинуті в праці французького ученого Монжа, виданого в 1799 році.

Викладений Монжем метод - метод паралельного проектування, причому беруться прямокутні проекції на дві взаємно перпендикулярні площини проекцій, - забезпечуючи виразність, точність і зручність виміру зображень предметів на площині, був і залишається основним методом виконання технічних креслень.

Слово прямокутний часто заміняють словом ортогональний, утвореним із слів древньогрецької мови, що означають «прямий» і «кут». В подальшому викладі термін ортогональні проекції буде застосовуватися для позначення системи прямокутних проекцій на взаємно перпендикулярних площинах .

Тема 2.2. Точка, пряма та площина

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами графічних побудов на площині просторових задач, навчитись аналізувати поставлену задачу і складати план її виконання.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

Заняття 1
Проектування точки

1. Проектування точки на три площини проекцій
2. Координати точки
3. Побудова проекцій точки за її координатами
4. Положення точки відносно площин проекцій

Заняття 2
Проектування відрізка прямої

1. Проектування відрізка прямої
2. Положення прямої відносно площин проекцій
3. Взаємне положення двох прямих
4. Положення точки відносно прямої

Заняття 3
Проектування площини

1. Зображення площини на кресленні
2. Сліди площини
3. Положення площини відносно площин проекцій
4. Пряма і точка в площині
5. Перетин прямої з площиною

Література:

1. Арустамов Х. А. Сборник задач по начертательной геометрии. М, 1965
2. Боголюбов С. К Индивидуальныю задания по курсу черчения. М, 1989
3. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии. М, 1958
4. М. Хаскін А. М. Креслення. К, 1972

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Завдання для самосійної роботи студента

Завдання виконуються згідно “Методичного посібника для самостійної роботи студента над дисципліною ”.

Запитання для самоперевірки

1. Що таке комплексне креслення точки.
2. Сформулюйте основні положення проектування точки.
3. Які виміри, або координати має точка, що лежить у просторі? що лежить на площині проекцій $П_2$? що лежить на осі проекцій Ох?
4. У якій послідовності будують проекції точки за її координатами?
5. Якими способами можна побудувати третю проекцію точки за двома її відомими?
6. Побудуйте пряму загального положення.
7. Побудуйте профільну пряму.
8. Побудуйте фронтально-проекуючу пряму.
9. Побудуйте сліди прямої загального положення.
10. Побудуйте проекції відрізка АВ паралельного площині $П_1$, який має довжину 30 мм і знаходиться на відстані 20 мм від площини $П_1$.
11. Які ви знаєте способи задання площини на кресленні?
12. Що таке сліди площини?
13. Які площини називають площинами рівня і які їх властивості?
14. Які прямі називають горизонталями площини?
15. Які умови паралельності двох площин?

Точка, пряма та площина

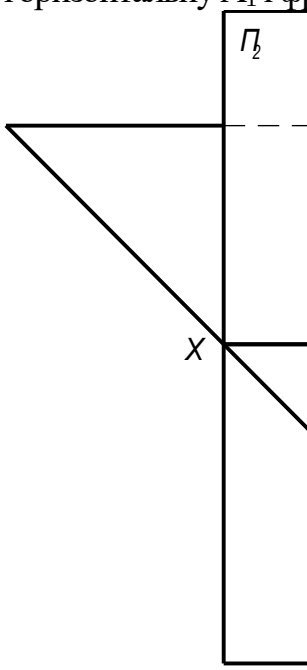
Точка

Проектування точки на дві площини проекцій

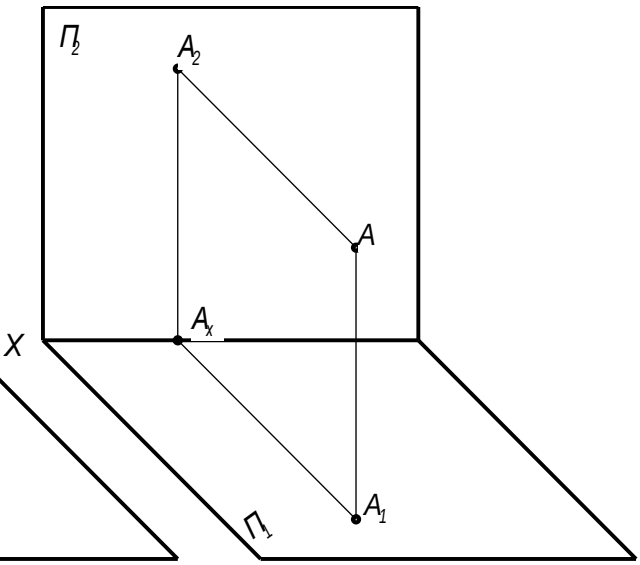
На мал. 34 зображені дві взаємно перпендикулярні площини. Приймемо їх за площини проекцій. Одну з них, розміщену горизонтально, позначимо буквою $П_1$; другу, розміщену вертикально, позначимо $П_2$. Площину проекцій $П_1$ називають горизонтальною площиною проекцій: площину $П_2$ називають фронтальною площиною проекцій.

Лінії перетину площин проекцій називають осями проекцій. Вісь проекцій розділяє кожну з площин проекцій на напівплощини. На мал. 34 зображено чотири двогранних кута, утворених площинами проекцій і вісь X.

На мал.35 показано утворення проекцій деякої точки А в системі $П_1$, $П_2$. Проводимо з точки А перпендикуляри до $П_1$ і $П_2$, отримаємо проекції точки А: горизонтальну A_1 і фронтальну A_2.



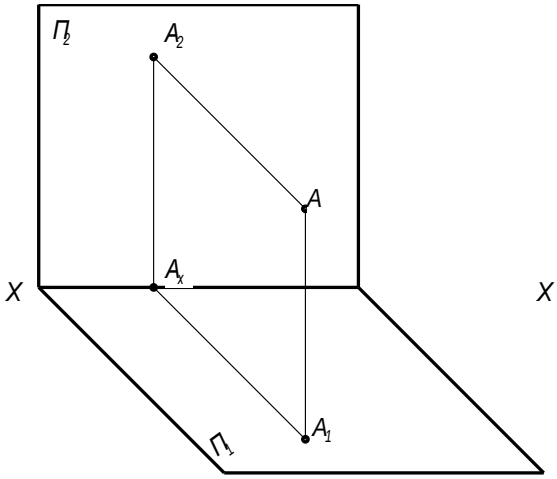
Мал. 34



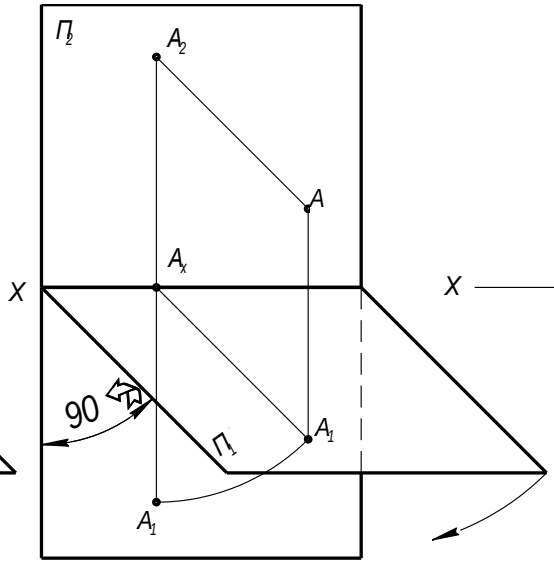
Мал. 35

Проектуючі прямі AA_1 і AA_2 відповідно перпендикулярні до $П_1$ і $П_2$, визначають площину, перпендикулярну до площин проекцій і до осі X. Ця площина в перетині з $П_1$ і $П_2$ утворюють дві взаємно перпендикулярні прямі A_1Ax та A_2A_x, які перетинаються в точці Ах на осі проекцій. Значить, проекції деякої точки розміщуються на прямих, перпендикулярних до осі проекцій і перетинають цю вісь в одній і тій же точці.

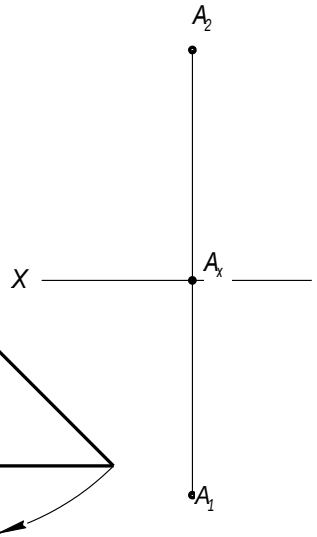
Якщо задані дві проекції A_1 і A_2 деякої точки А (мал. 36), то провівши перпендикуляри через точки A_1 і A_2, відповідно до площин проекцій $П_1$ і $П_2$,



Мал. 36



Мал. 37



Мал. 38

отримаємо в їх перетині одну точку. Таким чином, дві проекції точки визначають її положення в просторі відносно даної системи площин проекцій.

Повернемо площину $П_1$ навкруг осі X на кут 90° так, як це показано на мал. 37. Площини $П_1$ і $П_2$ будуть суміщенні в одну площину, а проекції A_1 і A_2 розмістяться на одній прямій перпендикулярній до осі X, на лінії зв'язку (мал.38).

Зображення, отримане при суміщенні площин проекцій, називають "епюр". Перейшовши до епюра, ми втратили просторову картину розміщення площин проекцій і точки. Щоб відтворити по епюру просторову картину, потрібна робота уявлення: треба уявити картину, зображену на мал. 35.

Проектування точки на три площини проекцій

Сукупністю двох прямокутних проекцій на дві взаємно перпендикулярні площини можна визначити форму і положення в просторі об'єктів проектування.

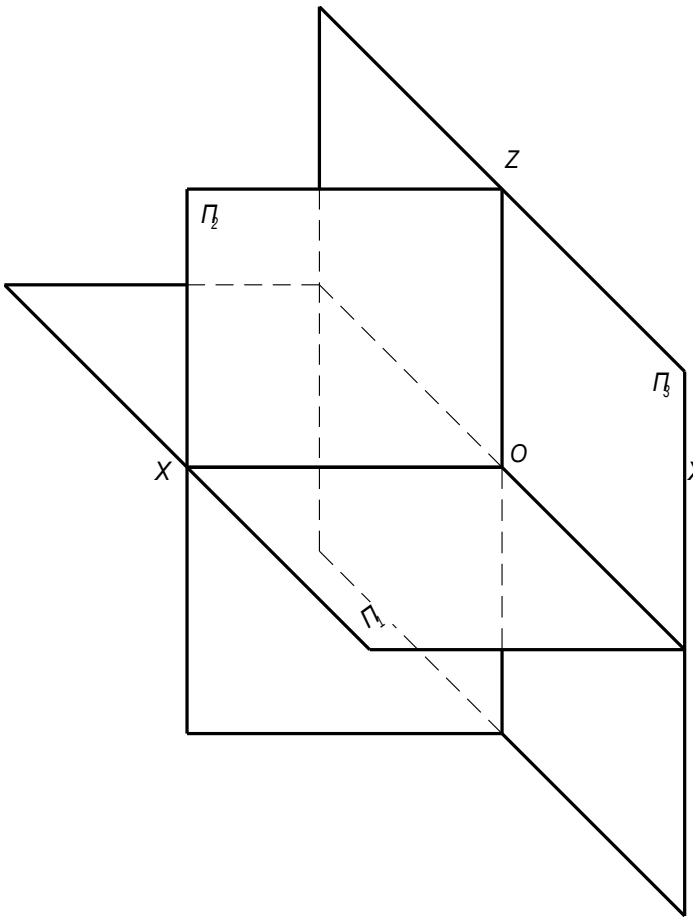
Але в інженерній графіці, при побудові зображень, часто бувають випадки коли виникає потреба в третій проекції.

Скористаємося трьома взаємно перпендикулярними площинами, що утворюють прямий тригранний кут. Третя площина, яка перпендикулярна до $П_1$ і $П_2$ позначена $П_3$ (мал. 39).

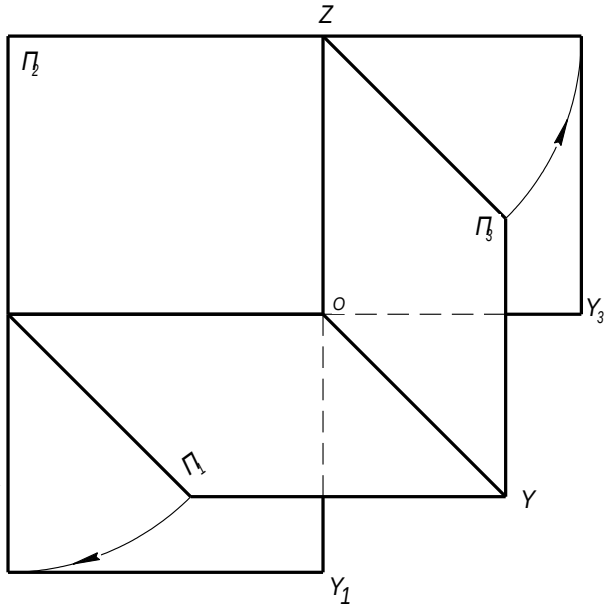
Площина проекцій $П_3$ називається профільною. Крім осі X, появились вісь проекцій Y і вісь проекцій Z. Буквою O позначена точка перетину осей проекцій.

На мал. 40 показана схема суміщення площин $П_1$, $П_2$, $П_3$ в одну площину. Просторове зображення показане на мал. 41 і епюр на мал. 42 містить горизонтальну, фронтальну і профільну проекції деякої точки A.

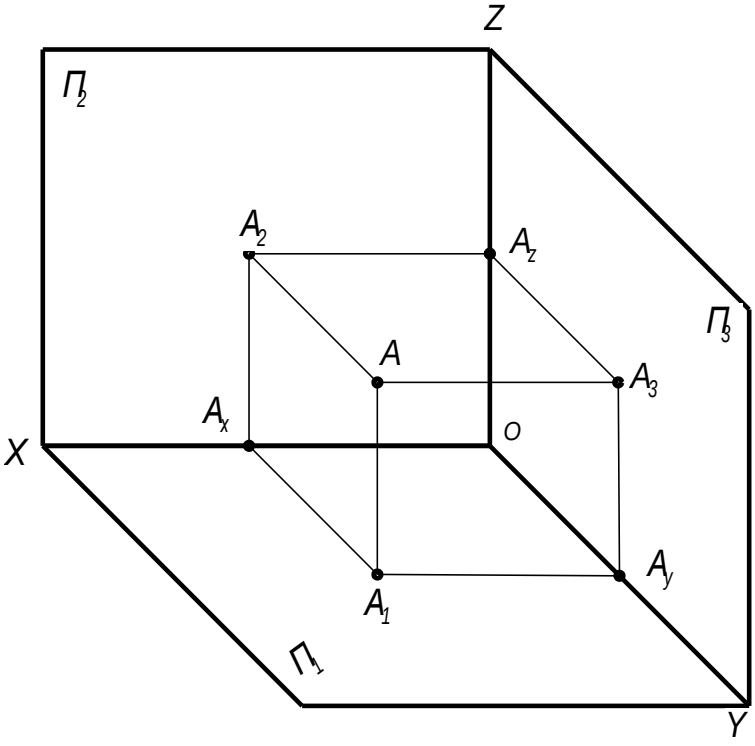
Пряма, що сполучає дві проекції точки на комплексному кресленні, називається лінією зв'язку.



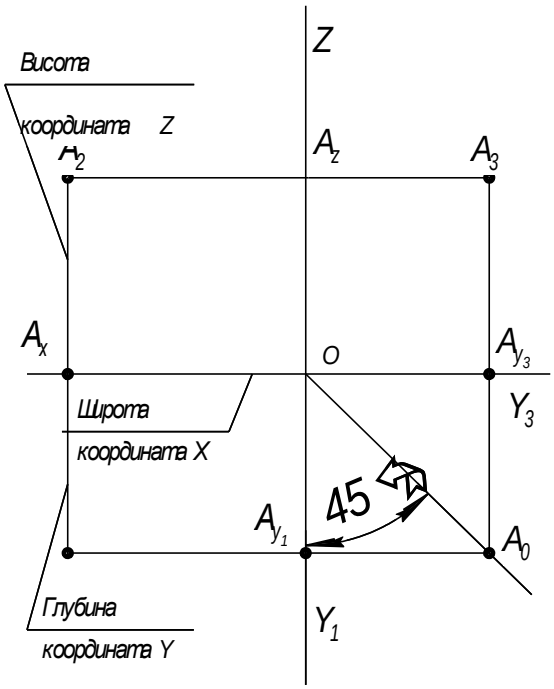
Мал. 39



Мал. 40



Мал. 41



Мал. 42

Розглядаючи мал. 42, можна сформулювати такі основні положення:

- горизонтальна A_1 і фронтальна A_2 проекції точки завжди розміщуються на одній вертикальній лінії зв'язку;

- фронтальна A_2 і профільна A_3 проекції точки завжди розміщуються на одній горизонтальній лінії зв'язку;

- горизонтальна A_1 і профільна Аз проекції точки розміщуються на лініях зв'язку, що перетинаються на бісектрисі кута Y_1OY_2. Ця бісектриса називається постійною прямою креслення, а лінія зв'язку A_1AoA_2 горизонтально- вертикальна лінія зв'язку.

Координати точки

У просторі є безліч точок, що займають різне положення відносно площин проекцій. Щоб визначити положення кожної точки окремо, треба знати три її виміри - широту, глибину і висоту.

Висоту точки (мал. 41 і 42) вимірюють відстанню її від горизонтальної площини проекцій або віддаленнями її фронтальної проекції A_2 від осі OX
($A A_1 = A_2A_x$).

Глибину точки (мал. 41 і 42) вимірюють відстанню її від фронтальної площини проекцій або віддалення її горизонтальної проекції A_1 від осі OX ($AA_2 = A_1Ax$)

Широту точки (мал. 41 і 42) вимірюють відстанню її від профільної площини проекцій або віддаленням точки A_x від початку осей проекцій O ($AA_3 = A_xO$).

У багатьох випадках виявляється зручним задавати положення точки в просторі її прямокутними координатами. При цьому площини проекцій $П_1$, $П_2$, $П_3$ вважають за систему трьох взаємно перпендикулярних координатних площин, а точку O - за початок відліку координат. Тоді три відстані від зображувальної точки A до площин $П_1$, $П_2$, $П_3$ будуть координатами цієї точки, а саме:

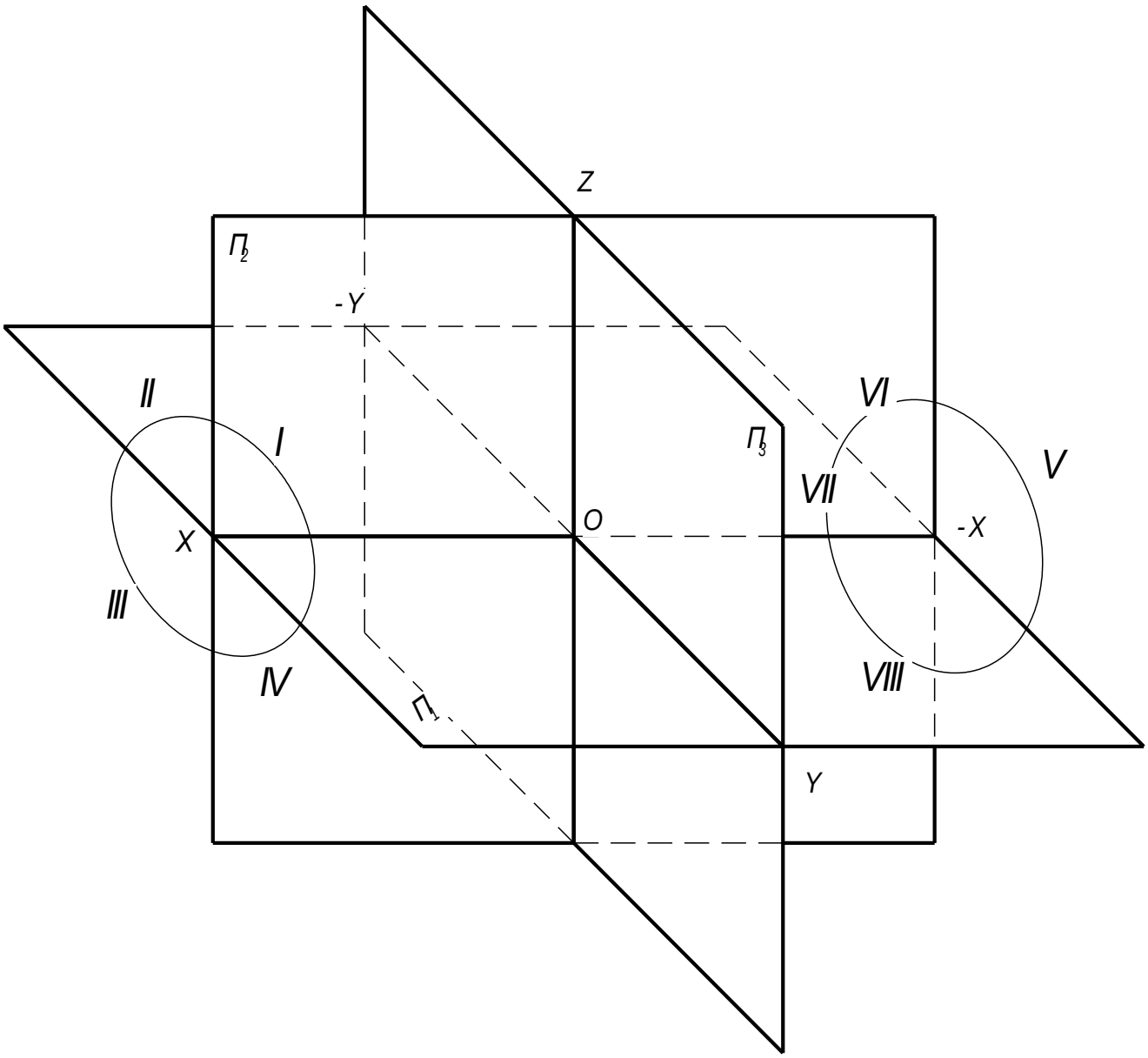
- відрізок $AA_3 = A_xO$ буде координатою X цієї точки, тобто відстанню від точки до площини $П_3$ (широтою);

- відрізок $AA_2 = A_1A_x$ буде координатою Y цієї точки, тобто відстанню від точки до площини $П_2$ (глибиною):

- відрізок $AA_1 = A_2A_X$ буде координатою Z цієї точки, тобто відстанню від точки до площини $П_1$ (висотою).

Якщо точку задано її координатами, то це записують умовно так: A(25,35,42), де перше число означає координату X, друге - координату Y і третє - координату Z. Усі розміри подаються в міліметрах.

Площини проекцій при своєму перетині утворюють вісім тригранних кутів, поділяють простір на вісім частин - вісім октантів. На мал. 41 зображений один з восьми кутів. Точка може знаходитись в любому із восьми октантів (нумерацію октантів див. на мал. 43. Значить треба знати не тільки відстань даної точки до тієї або іншої площини проекцій, але і напрям, по якому цю відстань відкладати.



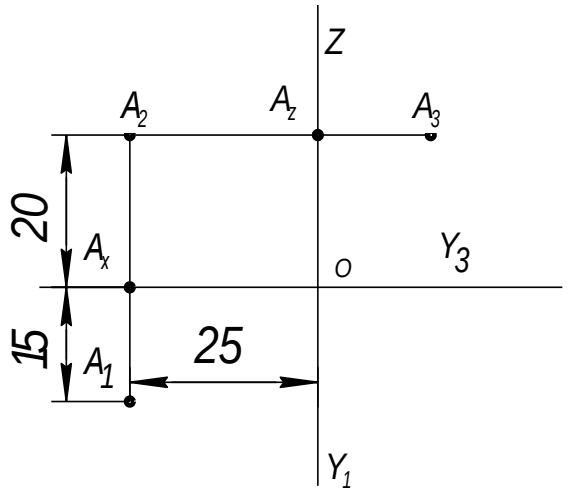
Мал. 43

В таблиці приведена система знаків для з визначення номеру октанта, в якому знаходиться задана точка.

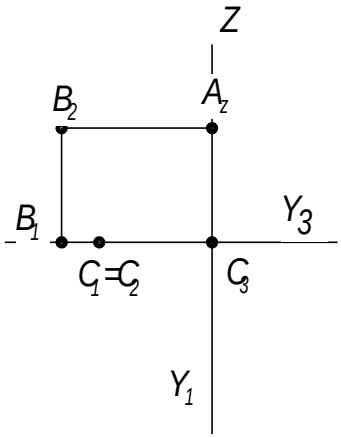
Знаки координат	Координата	Октант							
		1	2	3	4	5	б	7	8
	X	+	+	+	+	—	—	—	—
	Y	+	—	—	+	+	—	—	+
	Z	+	+	—	--	+	+	--	--

Побудова проекцій точок за її координатами

Розглянемо на прикладі побудову точки за її координатами. Задано точку А(25, 15, 20), тобто X = 25 мм. Y = 15 мм; Z = 20 мм. Треба побудувати комплексний рисунок точки А в системі трьох площин проекцій.



Мал. 44



Мал. 45

Проводимо осі X, Y, Z (мал. 44). Від точки О по осі X відкладають координату X = 25 мм і через знайдену точку A_x проводять вертикальну лінію зв'язку. На цій лінії вниз від A_x відкладають значення координат Y = 15 мм і дістають горизонтальну проекцію точки A_1 а вгору - координату Z =20 мм і дістають фронтальну проекцію точки A_2. Знайдені проекції A_1 і A_2 визначають положення точки в просторі. Якщо треба побудувати третю, профільну проекцію, то з точки A_2 проводять горизонтальну лінію зв'язку і відкладають праворуч від осі Z (від точки A_z) відрізок, що дорівнює значенню координати Y (A_zA_3= 15 мм). A_3 - профільна проекція точки А.

Положення точки у просторі відносно площин проекцій

Можливі такі випадки:

Точка розташована в просторі. Усі три проекції точки віддалені від осей проекцій. На мал. 44 побудовано комплексний рисунок точки А(25, 15,20), розташованої в просторі.

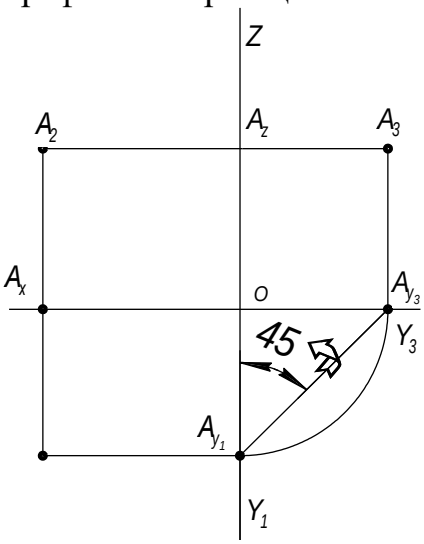
Точка лежить на одній з площин проекцій $П_1$, $П_2$ або $П_3$. В цьому разі відстань від точки до площини проекцій, на якій вона лежить, дорівнює нулю. Одна проекція збігається з самою точкою, а дві інші лежать на осях. На мал. 45 побудовано точку В(20, 0, 15), що лежить на площині $П_2$, бо її координата Y (глибина) дорівнює нулю. У цьому випадку фронтальна проекція B_2 збігається з самою точкою В, горизонтальна проекція B_1 лежить на осі X, а профільна B_3 - на осі Z.

Точка лежить на одній з осей проекцій X, Y або Z. У цьому разі відстані від точки до двох площин проекцій, яким вона належить, дорівнюють нулю. Дві проекції такої точки збігаються з самою точкою, а третя лежить на початку осей, у точці О. На мал. 45 побудовано точку С(15,0,0), що лежить на осі X, бо її координати Y і Z дорівнюють нулю. У цьому випадку горизонтальна і фронтальна проекції збігаються з самою точкою С, а профільна проекція Сз лежить в точці О.

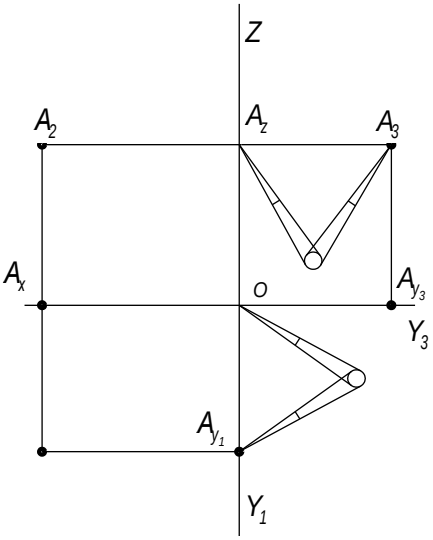
Побудова третьої проекції за двома відомими її проекціями

Проекційний спосіб

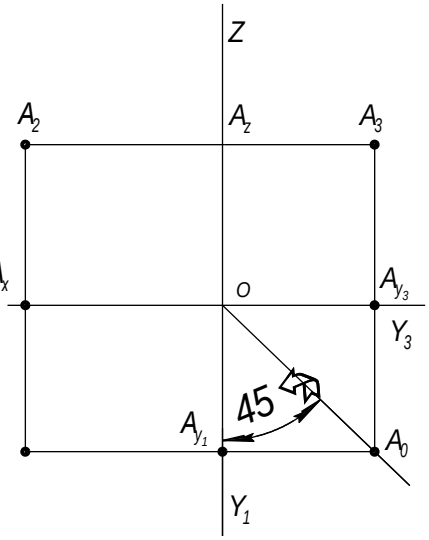
Задано дві проекції точки (мал. 46). З фронтальної проекції A_2 проводять горизонтальну лінію зв'язку: з горизонтальної проекції A_1 опускають перпендикуляр на вісь Y_1 дістають точку Ay_1 і за допомогою циркуля або рівнобедреного прямокутного трикутника знаходять на осі Y_3 положення точки Ay_3; з цієї точки проводять вертикальну лінію зв'язку до перетину з горизонтальною лінією,, проведеною з A_2 Точка Аз і буде профільною проекцією точки А.



Мал. 46



Мал. 47



Мал. 48

Координатний спосіб

Задано дві проекції точки (мал. 47). З фронтальної проекції A_2 проводять горизонтальну лінію зв'язку: вимірюють циркулем відстань від проекції A_1 до осі X (координата Y) і відкладають цей відрізок на лінії зв'язку праворуч від точки A_z. Дістають профільну проекцію A_3.

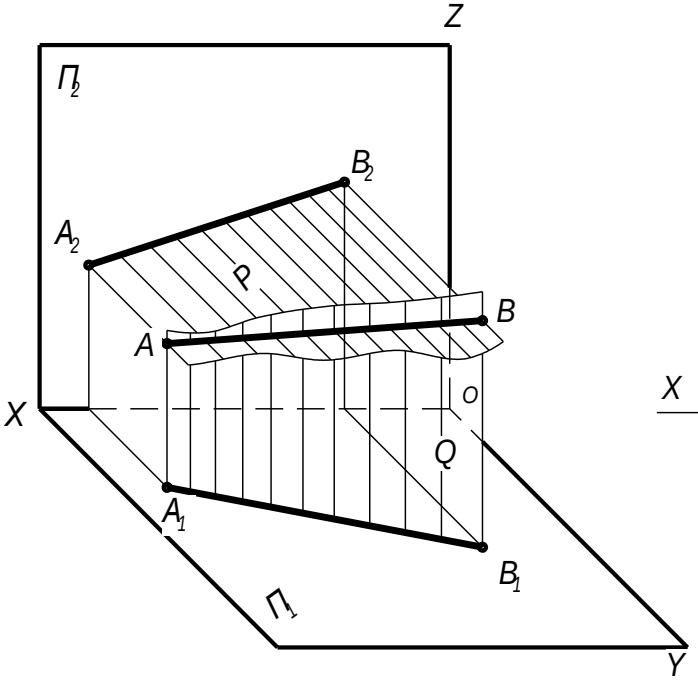
Спосіб з використанням постійної прямої креслення

Задано дві проекції точки (мал. 48). З фронтальної проекції A_2 проводять горизонтальну лінію зв'язку: з горизонтальної проекції A_1 проводять горизонтальну лінію зв'язку до перетину в точці A_0 з постійною прямою, тобто з бісектрисою кута Y_1OY_3 . З точки Ао проводять вертикальну лінію зв'язку до перетину з лінією, проведеною з фронтальної проекції точки A_2.

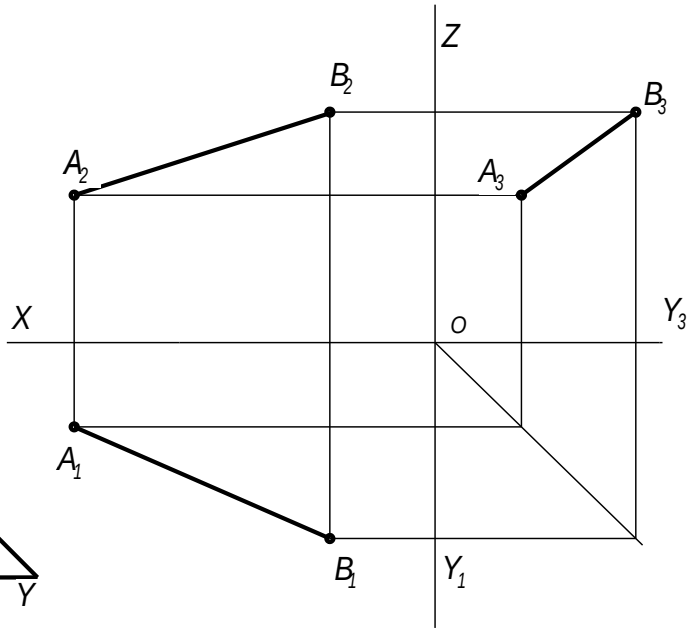
Перевагу треба віддавати другому і третьому способам, які потребують меншої кількості ліній побудови.

Проектування відрізка прямої

Проектування прямої лінії зводиться до побудови проекцій двох її точок. Провівши через точки А і В (мал. 49) перпендикуляри до площини $П_1$ на перетині знайдемо їх горизонтальні проекції A_1 і B_1. Аналогічно знаходимо фронтальні проекції точок A_2 і B_2. З'єднавши однойменні проекції точок прямими лініями отримаємо комплексне креслення прямої.



Мал. 49



Мал. 50

Для побудови третьої проекції прямої за двома відомими можна використати ті самі способи, що й для побудови третьої проекції точки (мал.50).

Положення прямої відносно площин проекцій

За розташуванням у просторі розрізняють прямі загального і окремого положення.

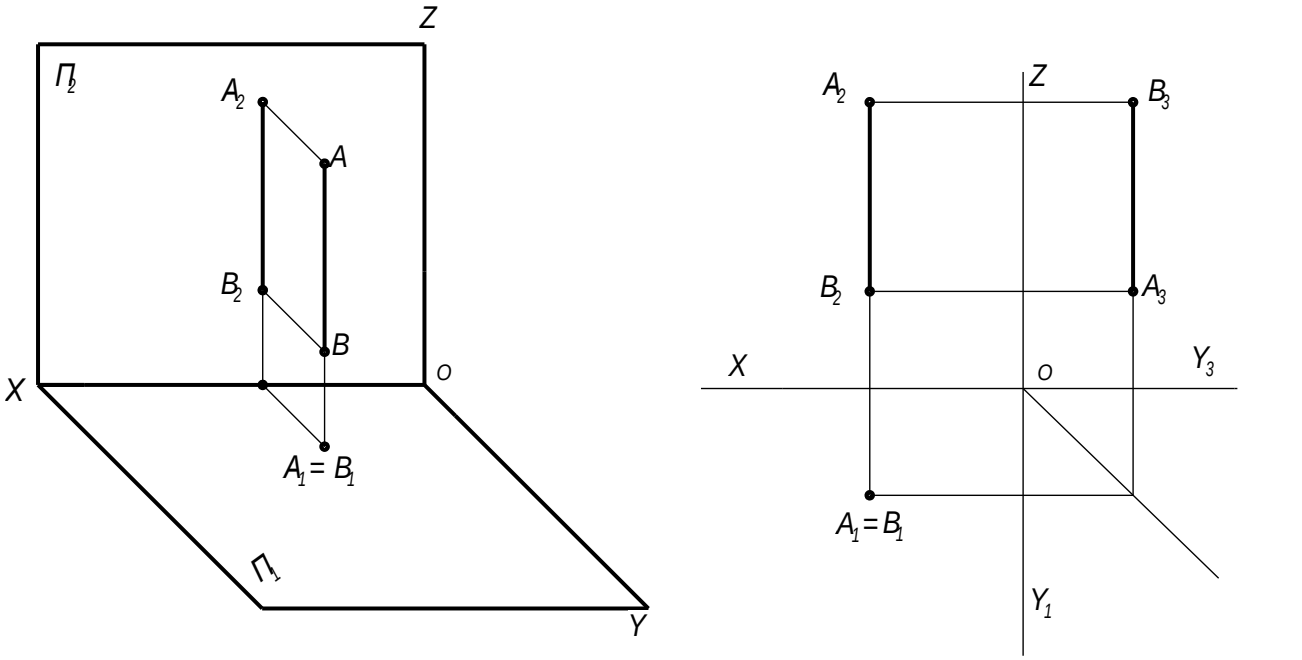
Прямою загального положення називають пряму, розташовану похило до всіх площин проекцій. Її проекції утворюють з осями координат X, Y, Z гострі або тупі кути, тобто жодна з проекцій не може бути паралельна осям проекцій або перпендикулярною до них. Жодна з проекцій цієї прямої не зображає на комплексному кресленні натуральної величини самого відрізка (мал. 17).

Прямі окремого положення поділяються на проектуючі і прямі рівня.

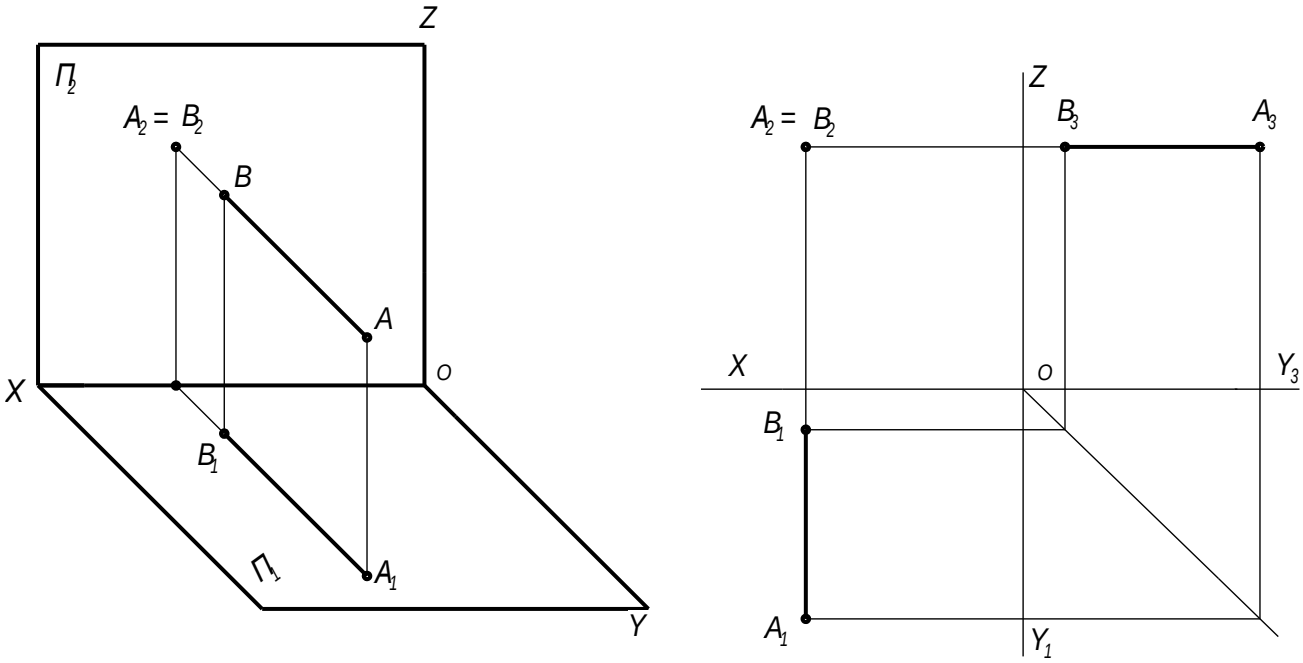
Проектуючими називаються прямі, перпендикулярні до однієї з площин проекцій:

- пряма АВ (мал. 51), перпендикулярна до горизонтальної площини проекцій $П_1$, називається горизонтально - проектуючою прямою; її горизонтальна проекція є точка, а фронтальна і профільна проекції паралельні осі **Z**.

- пряма CD (мал. 52), перпендикулярна до фронтальої площини проекцій $П_2$, називається **фронтально-проектуючою** прямою; її фронтальна проекція є точка, а горизонтальна і профільна проекції паралельні осі Y.



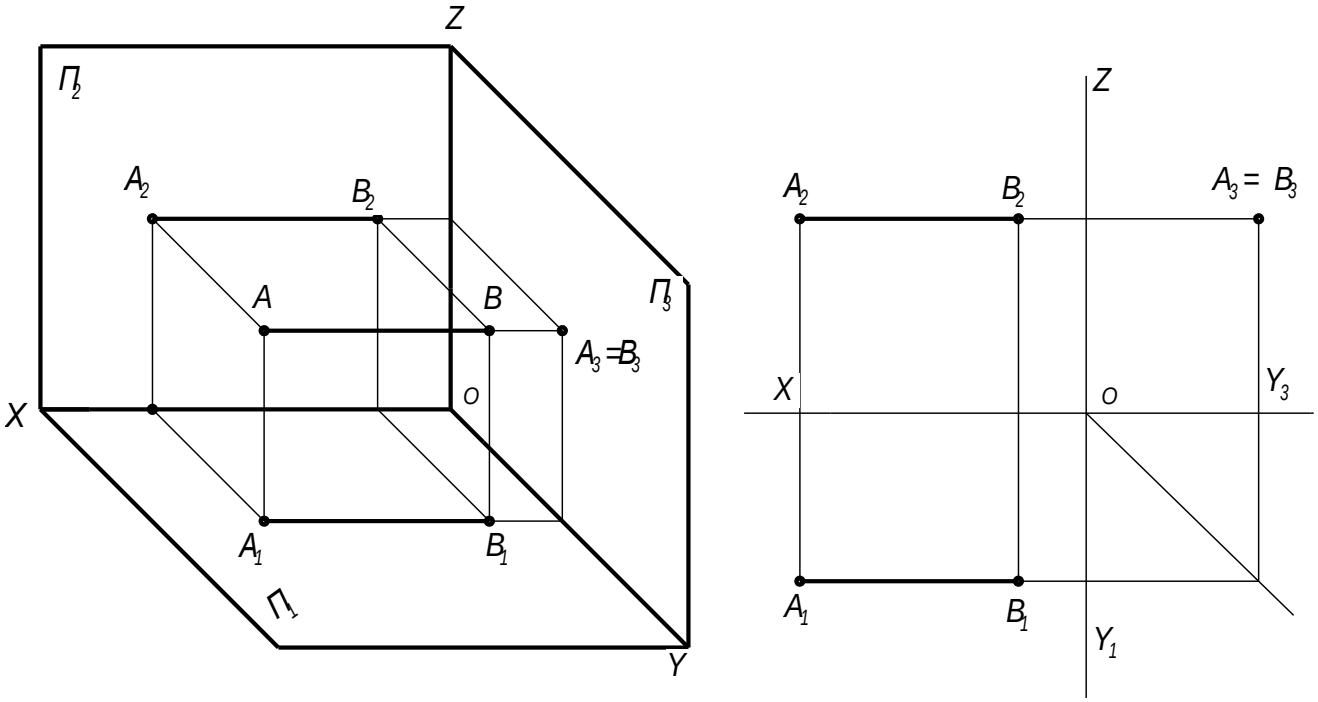
Мал. 18



Мал. 52

- Пряма MN (мал. 53), перпендикулярна до профільної площини проекцій $П_3$, називається **профільно-проектуючою** прямою; її профільна проекція є точка, а фронтальна і горизонтальна проекції паралельні осі X.

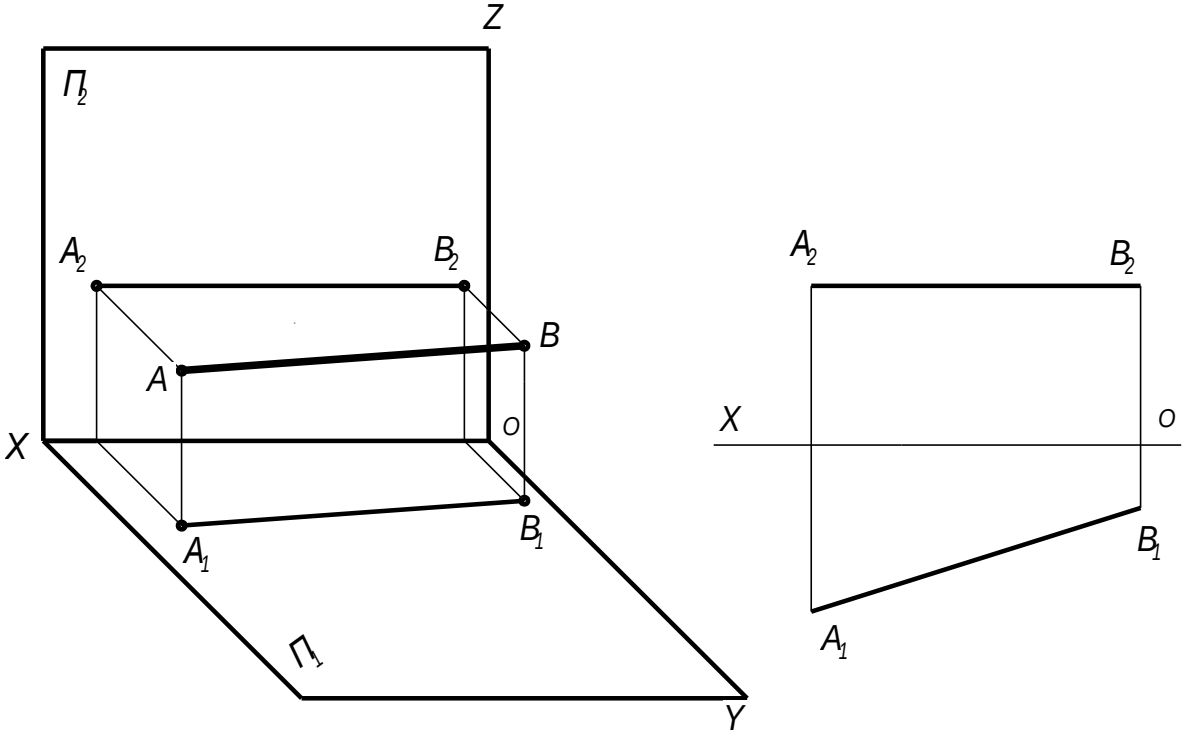
Отже, на одній з площин проекцій проектуюча пряма зображається у вигляді точки, а на двох інших - у вигляді відрізків, які займають горизонтальне або вертикальне положення і величина яких дорівнює справжній величині відрізка прямої (мал. 51, 52, 53).



Мал. 53

Прями рівня називаються прямі, паралельні одній з площин проекцій.

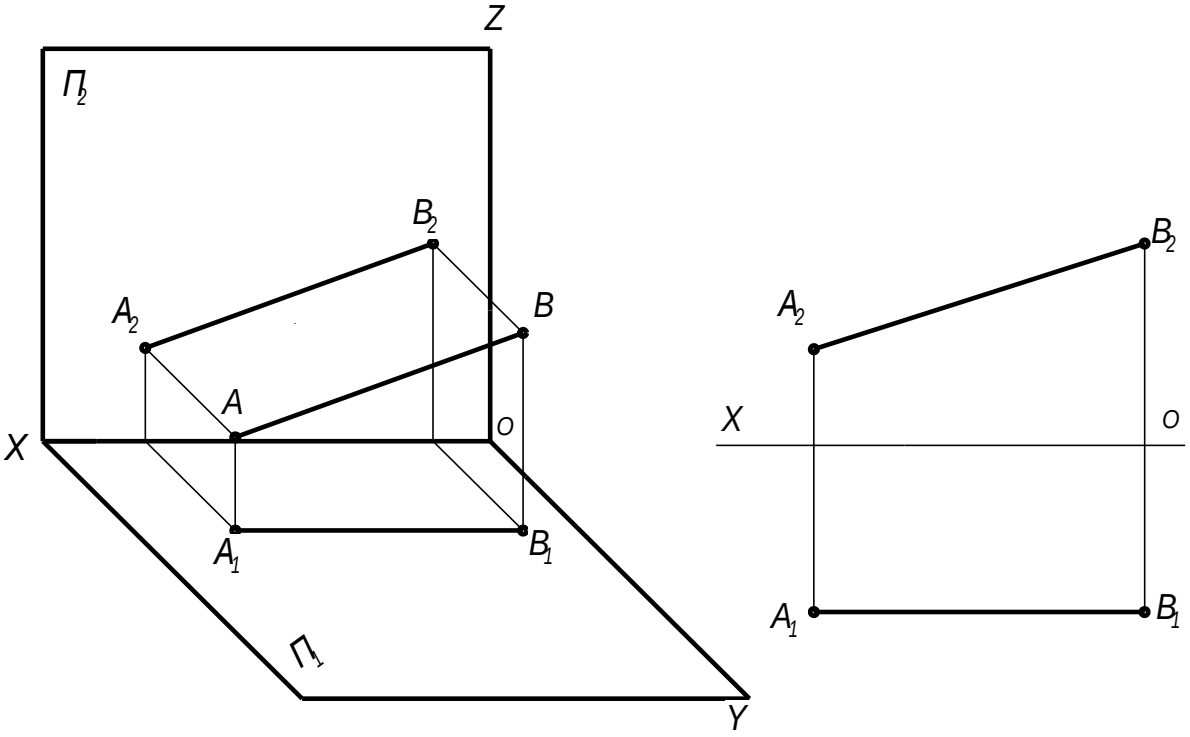
- пряма АВ (мал. 54), паралельна горизонтальній площині проекцій $П_1$, називається горизонтальною прямою. Її фронтальна проекція A_2B_2 паралельна осі проекцій X, а горизонтальна A_1B_1 дорівнює натуральній величині відрізка самої прямої. Кут β між горизонтальною проекцією A_1B_1 і віссю X дорівнює натуральній величині кута нахилу прямої АВ до площини проекцій $П_2$.



Мал. 54

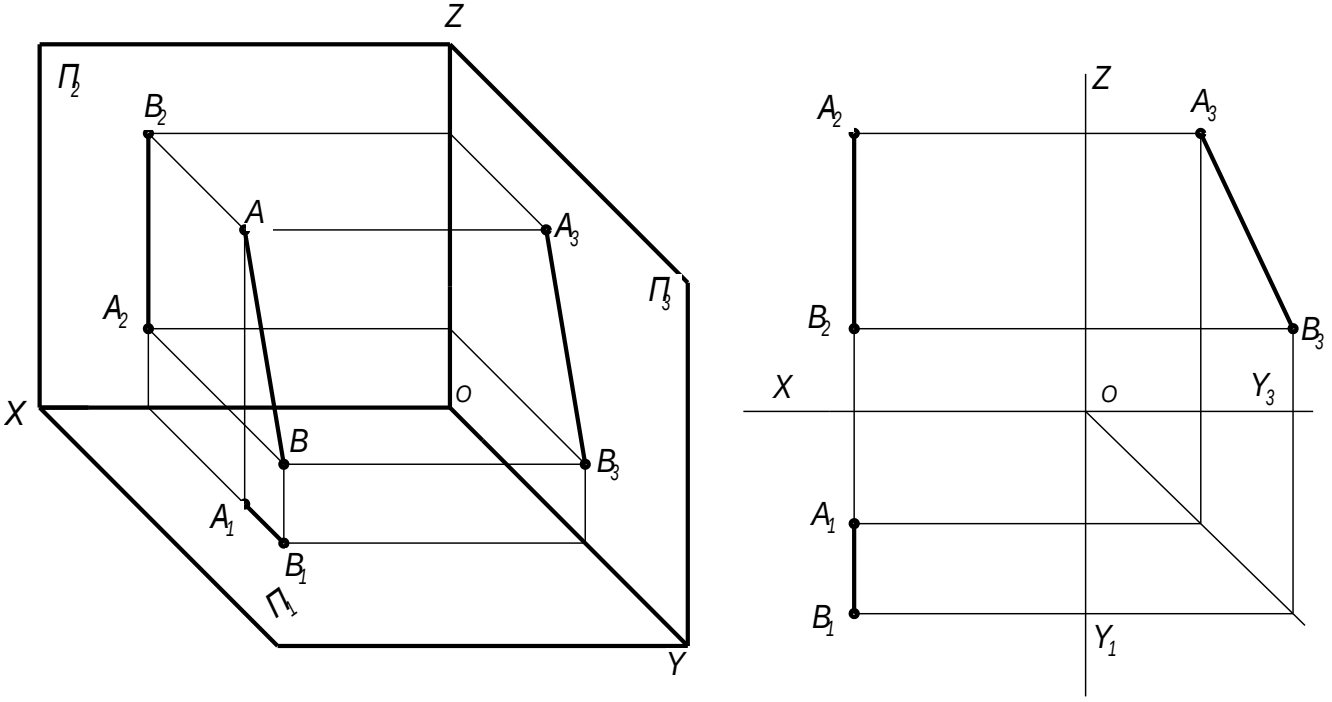
- пряма АВ (мал. 55), паралельна фронтальній площині проекцій $П_2$, називається фронтальною прямою. Її горизонтальна A_1B_1 паралельна осі

проекцій X, а фронтальна A_2B_2 дорівнює натуральній величині відрізка самої прямої. Кут α між фронтальною проекцією A_2B_2 і віссю X дорівнює натуральній величині кута нахилу прямої AB до площини проекцій $П_1$.



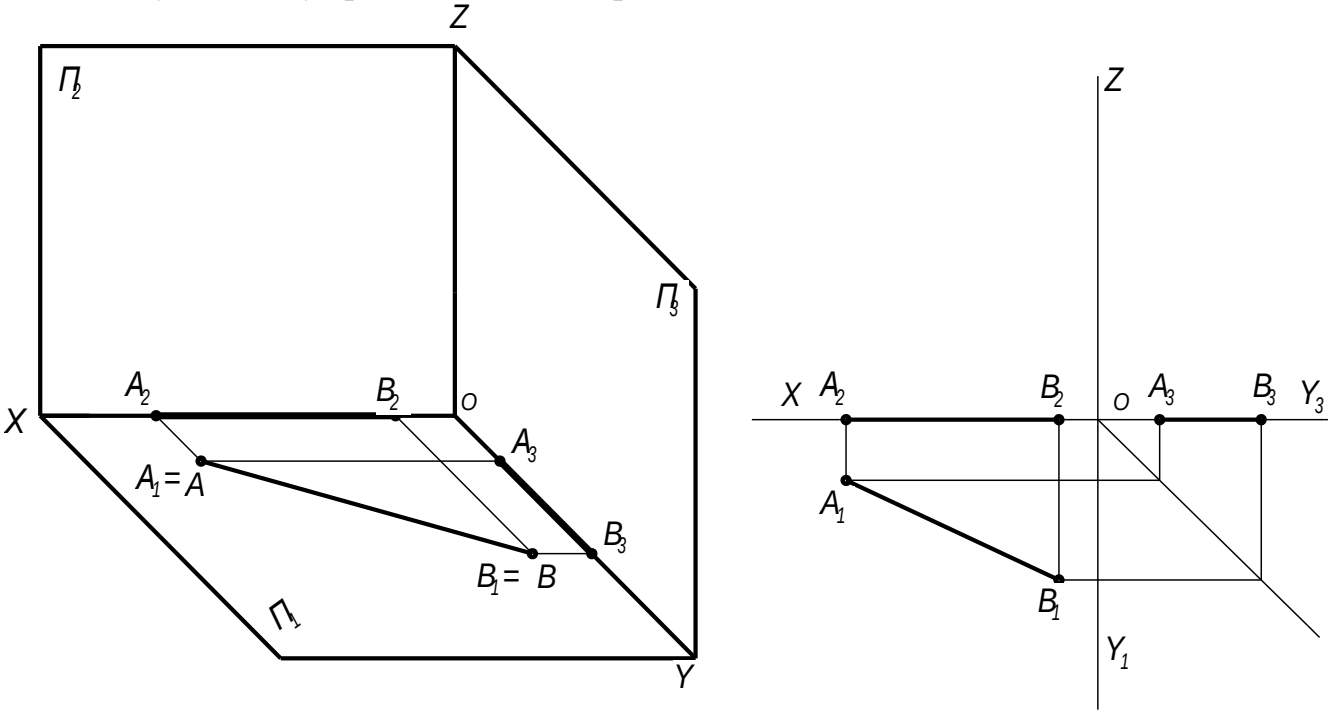
Мал. 55

- пряма AB (мал. 56), паралельна профільній площині проекцій $П_3$, називається профільною прямою. Її фронтальна A_2B_2 і горизонтальна проекції перпендикулярні осі проекцій X, а профільна A_3B_3 дорівнює натуральній величині відрізка самої прямої. Кути α і β між профільною проекцією A_3B_3 і віссю Y_3 і 2 дорівнює натуральній величині кута нахилу прямої AB до площини проекцій $П_1$ і $П_2$.



Мал. 56

Отже, прямі рівня проектуються на одну з площин проекцій у натуральну величину, а на дві інші - у вигляді відрізків меншої величини, що займають на рисунку вертикальне або горизонтальне положення. За рисунком можна визначити справжню величині кутів нахилу прямої до площин проекцій.

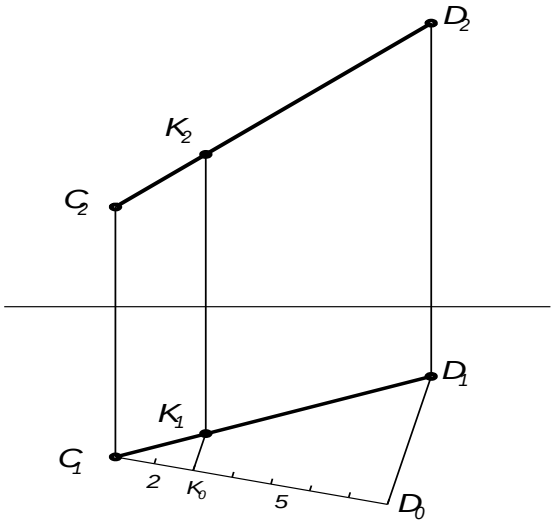


Мал. 57

Якщо пряма лежить у площині проекцій, то одна її проекція зливається з самою прямою, а дві інше - з осями. Наприклад, пряма АВ (мал. 57) лежить у площині $П_1$. Її горизонтальна проекція A_1B_1 зливається з прямою АВ, а фронтальна проекція A_2B_2 - з віссю X. Таку пряму називають нульовою горизонталлю.

Ділення в даному відношення відрізка прямої лінії

З властивостей паралельних проекцій, відношення відрізків прямої лінії рівняється відношенню їх проекцій.



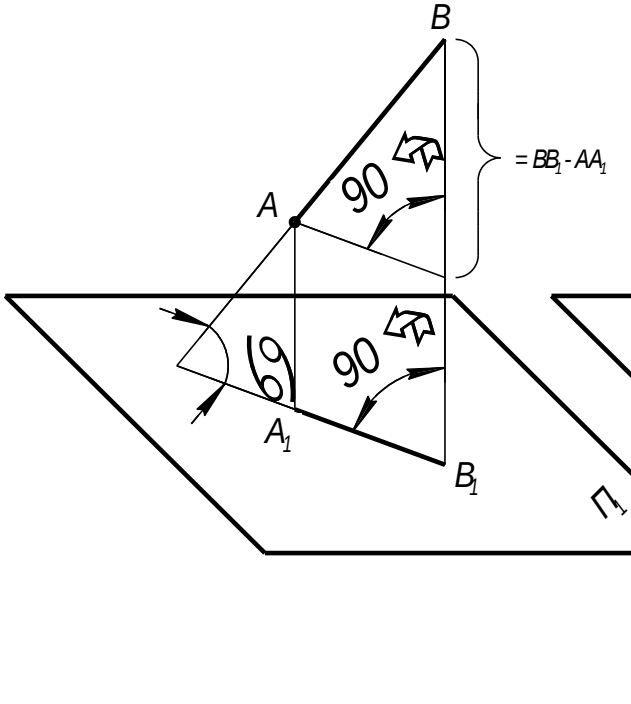
Мал. 58

На підставі цих властивостей задача про ділення в даному відношенні відрізка прямої, рішається шляхом поділення в такому ж відношенні любої проекції цього відрізка.

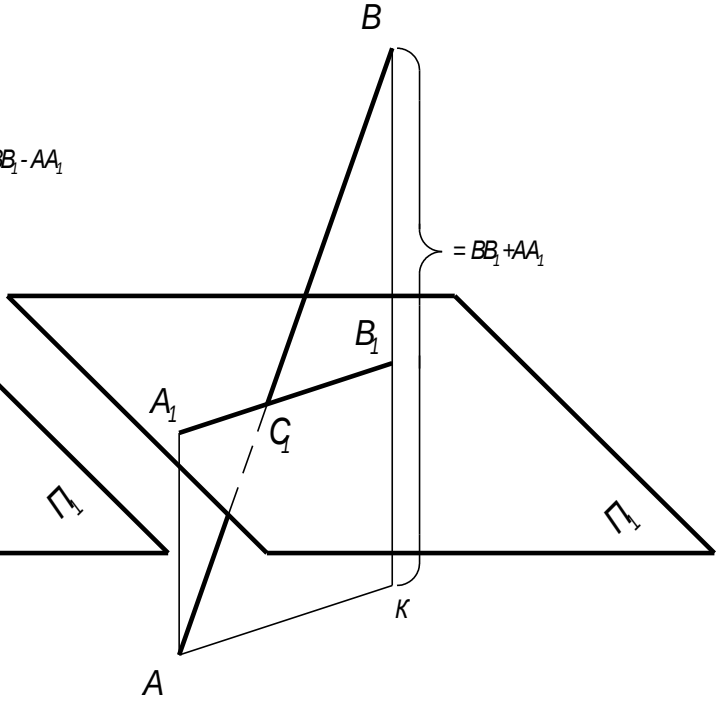
На мал. 58 відрізок СО поділений в відношенні 2:5. З точки C_1 проведена допоміжна пряма, на якій відкладено сім (2+5) відрізків довільної довжини, але рівних між собою: C_1K_0= 2, K_0D_0= 5. З'єднуючи точку B_0 з проекцією C_1 і провівши з точки K_0 пряму, паралельну D_0D_1, отримаємо точку K_1, причому C_1K_1 : K_1D_1 = 2:5, потім знаходимо K_2. Точка ділить відрізок CD в відношення 2:5.

Побудова на епюрі натуральної величини відрізка прямої лінії загального положення і кутів нахилу її до площин проекцій

Кут прямої з площиною проекцій визначається як кут, утворений прямою з її проекцією на цю площину. Довжина відрізка прямої і кут, утворений цією



Мал. 59



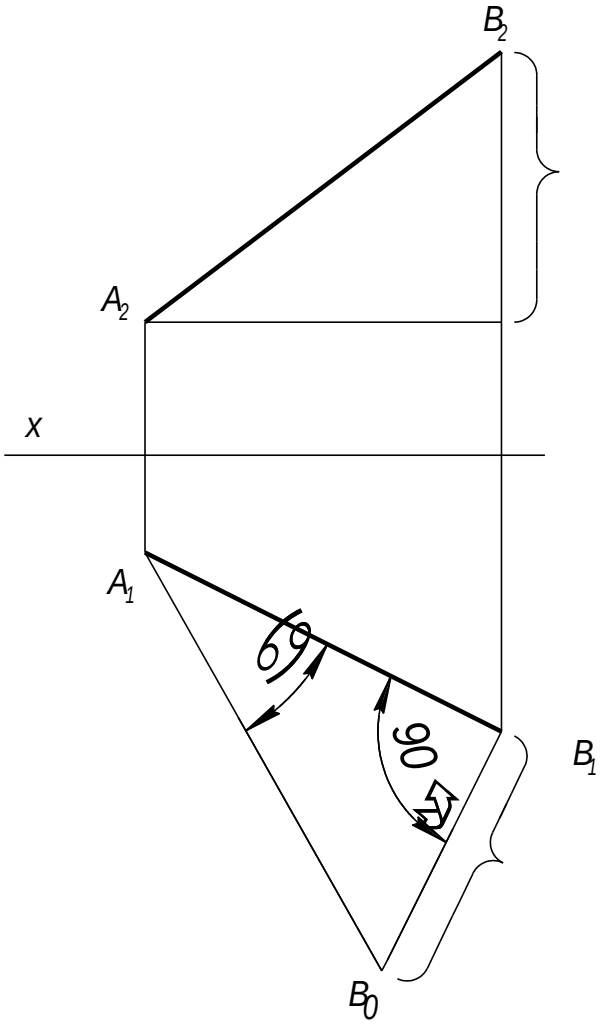
Мал. 60

прямою з площиною проекцій, можуть бути знайдені з прямокутного трикутника (мал. 59), в якому один катет рівняється проекції відрізка, а другий катет рівняється різниці відстані кінців відрізка від площини проекцій.

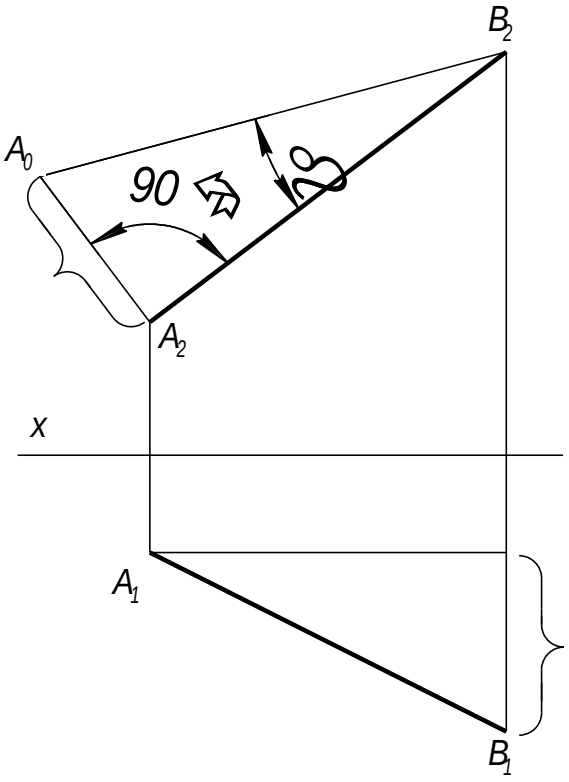
Якшо координати які визначають вілстань від площини проекцій, мають різні знаки (мал. 60), то треба мати на увазі різницю алгебраїчну.

На мал. 61 довжина відрізка АВ і кут, нахилу прямої до площини проекцій $П_1$, визначені з прямокутного трикутника, побудованого на проекції A_1B1 (B_1B_0 = **B_2К).** A_1B_0 - натуральна величина відрізка прямої, кут $B_1A_1B_0$ - кут нахилу прямої АВ до площини проекцій $П_1$.

На мал. 62 довжина відрізка АВ і кут, нахилу прямої до площини проекцій $П_2$, визначені з прямокутного трикутника, побудованого на проекції



Мал. 61



Мал. 62

A_2B_2 ($A_2A_0 = B_1K$). A_0B_2 - натуральна величина відрізка прямої, кут $A_0B_2A_2$ - кут нахилу прямої АВ до площини проекцій $П_2$.

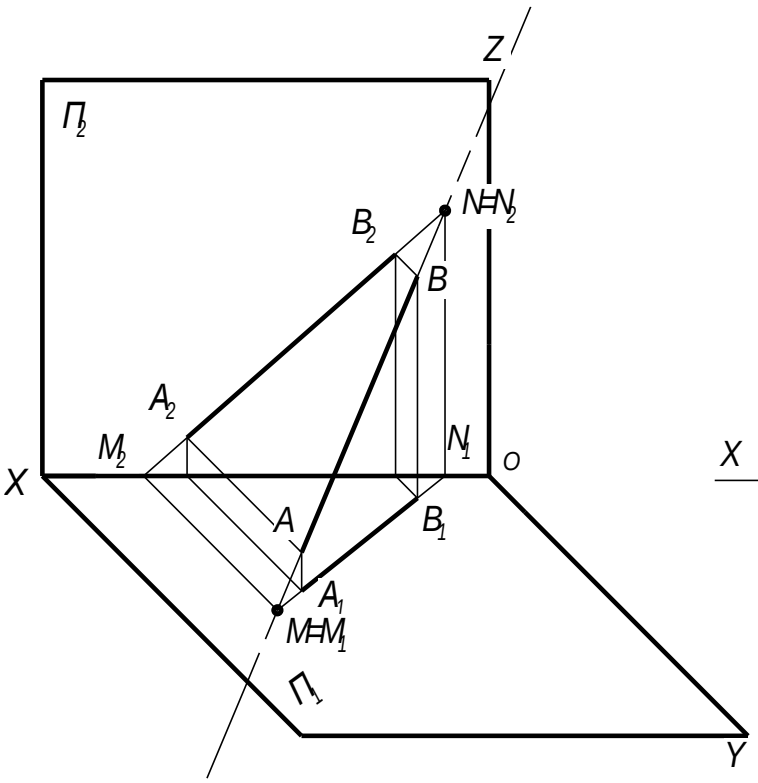
Сліди прямої лінії

Слідами прямої лінії називаються точки перетину її з площинами проекцій.

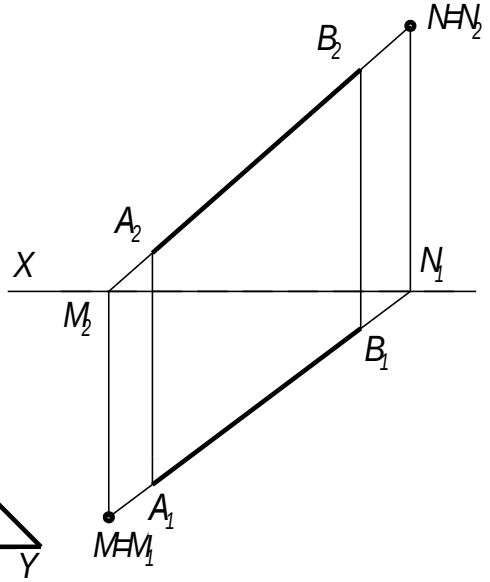
Розглянемо мал. 63, на якому показана пряма MN, яка перетинає площини прекцій $П_1$ і $П_2$. Точка М називається горизонтальним слідом прямої, а точка N - її фронтальним слідом.

Горизонтальна проекція горизонтального сліду (точка M_1) зливається з самим слідом (точка М), а фронтальна проекція цього сліду M_2 лежить на осі X;
фронтальна проекція фронтального сліду N_2 зливається з точкою N. а горизонтальна проекція N_1 лежить на осі X.

Значить, щоб на епюрі (мал. 64) знайти горизонтальний слід, необхідно продовжити фронтальну проекцію A_2B_2 до перетину з віссю X; через точку перетину M_2 (фронтальну проекцію горизонтального сліду) необхідно провести перпендикуляр до осі X до перетину з продовженням горизонтального сліду A_1B_1. Точка перетину M_1 буде являтись горизонтальною проекцією горизонтального сліду; вона зливається з самим слідом М.



Мал. 63

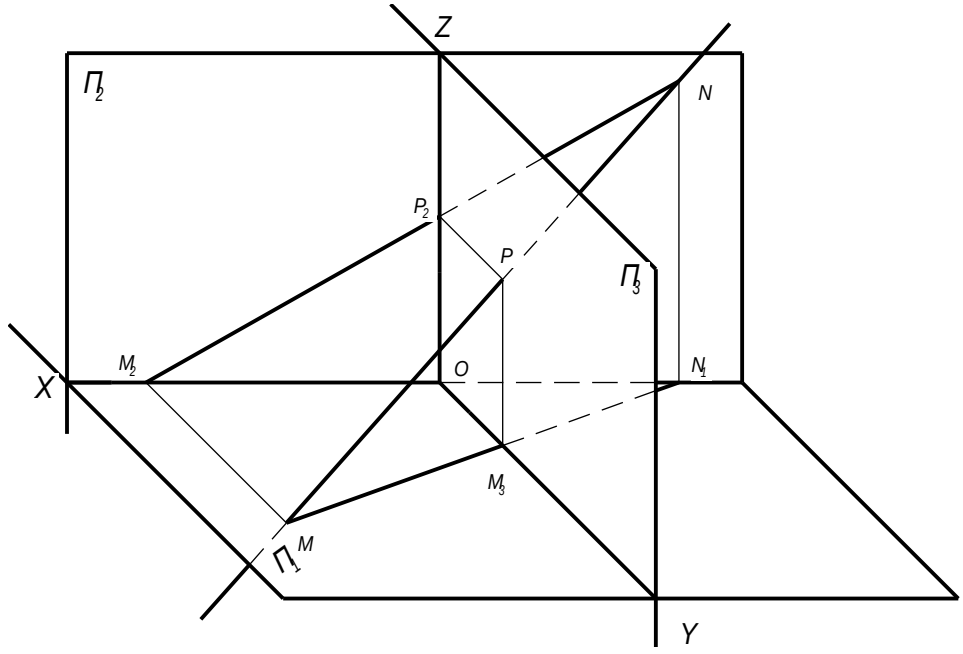


Мал. 64

Для знаходження фронтального сліду необхідно продовжити горизонтальну проекцію A_1B_1 до перетину з віссю X; через точку перетину N_1 (горизонтальну проекцію фронтального сліду) необхідно провести перпендикуляр до осі X до перетину з продовженням фронтального сліду A_2B_2. Точка перетину N_2 буде являтись фронтальною проекцією фронтального сліду; вона зливається з самим слідом N.

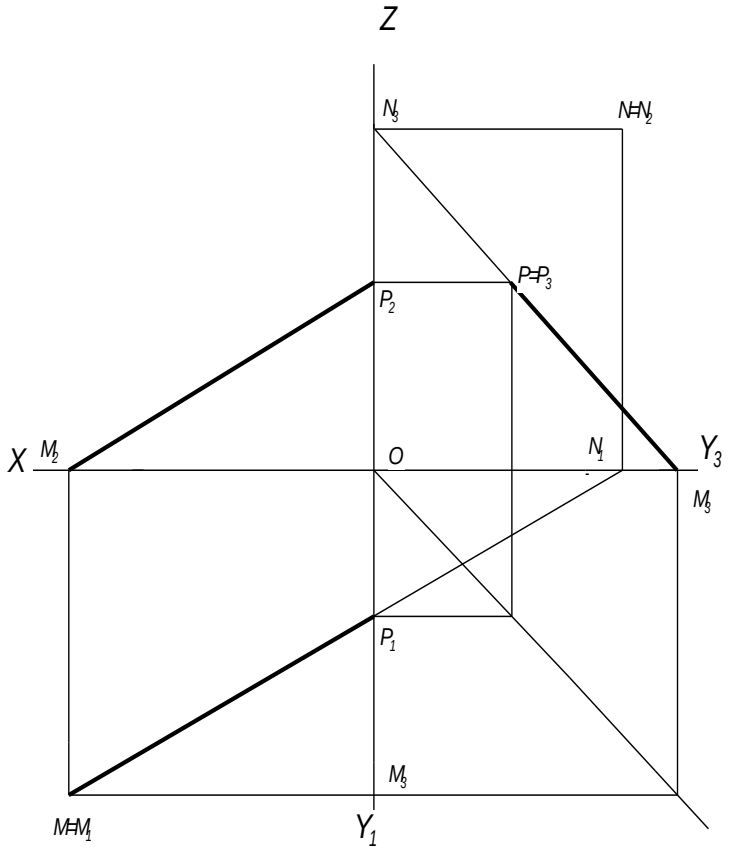
По положенню точок M і N можна судити, до яких октантів простору віднесена дана пряма. На мал. 63 пряма AB проходить через IV, I і II октанти.

Пряма не має сліду на площині проекції в тому випадку, коли вона паралельна цій площині.



Мал. 65

На мал. 65 пряма перетинає не тільки площини $П_1$ і $П_2$, але і площину $П_3$. Точка Р являється профільним слідом прямої, тобто слідом на профільній площині проекцій. Цей слід зливається з його самою проекцією на площину



Мал. 66

проекцій П3, а фронтальна і горизонтальна проекції його лежать відповідно на осях Z і Y.

Пряма виходить через точку Р в п'ятий октант і далі перетинає площину проекцій П2 через фронтальний слід N переходить в шостий октант. Через горизонтальний слід М пряма переходить з першого октанту в четвертий.

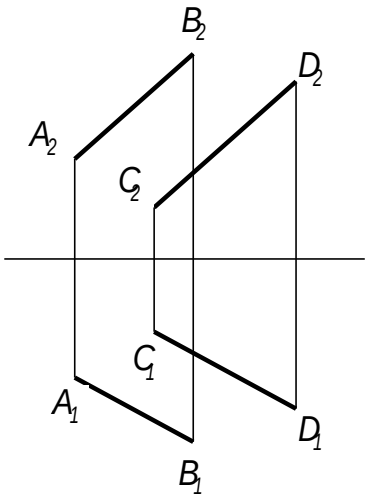
Епюр цієї прямої зображений на мал. 66.

Взаємне положення двох прямих
Паралельні прямі

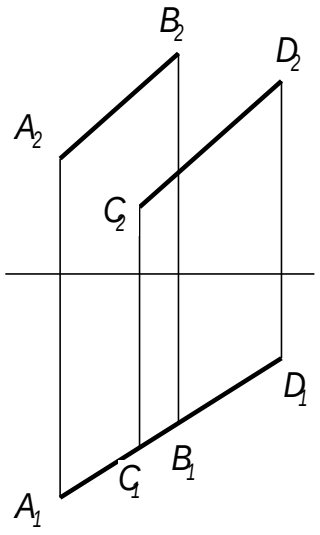
Проекції двох паралельних прямих паралельні між собою, тобто горизонтальні проекції паралельних прямих паралельні між собою, фронтальні проекції паралельних прямих паралельні між собою, профільні проекції паралельних прямих паралельні між собою (мал. 67, 68).

Якщо задані паралельні проекції на двох площинах проекцій, то паралельність прямих в просторі підтверджується тільки для прямих загального положення (мал. 67, 68) і не може підтвердитись для прямих, паралельних одній з площин проекцій мал. 69).

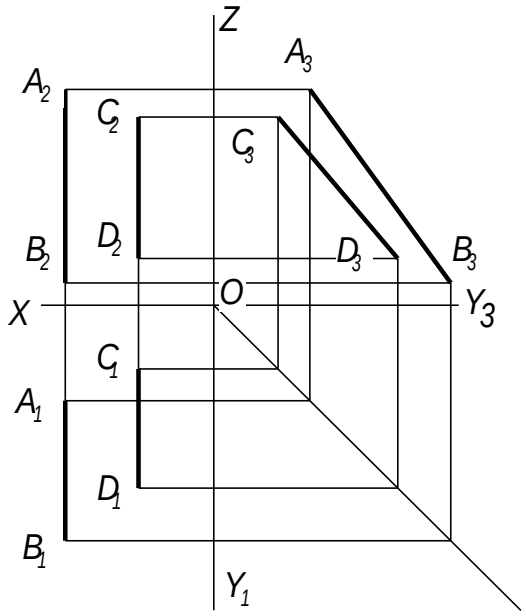
На мал. 69 горизонтальні і фронтальні проекції прямих паралельні між собою, але прямі не паралельні між собою, так як не паралельні їх профільні проекції.



Мал. 67



Мал. 68

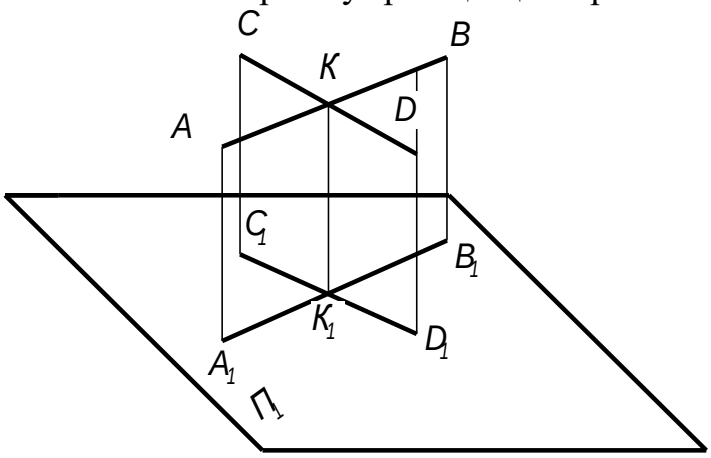


Мал. 69

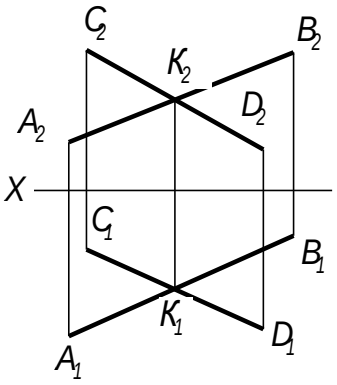
Прямі, які перегинаються

Якщо прямі перетинаються, то перетинаються між собою і їх однойменні проекції в точках, які являються проекціями точки перетину цих прямих.

На мал. 70 точка К є точкою перетину прямих АВ і CD, проекція цієї точки являється точкою перетину проекцій цих прямих A_1B_1 і C_1D_1.



Мал. 70

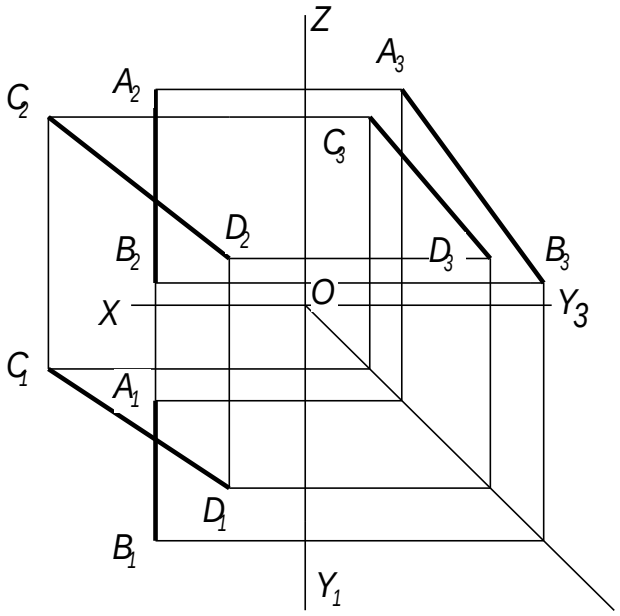


Мал. 71

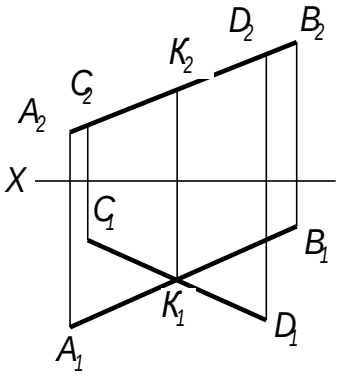
Ствердження в тому, що прямі перетинаються між собою, можна зробити завжди по відношенню до прямих загального положення, незалежно від того, завдані проекції на трьох чи на двох площинах проекцій (мал. 71).

Якщо одна із заданих прямих паралельна які не будь площині проекцій, то виявлення їх взаємного положення необхідна побудова третьої проекції (мал.72).

На мал. 73 прямі, які перетинаються знаходяться в спільній для них фронтально - проектуючій площині.



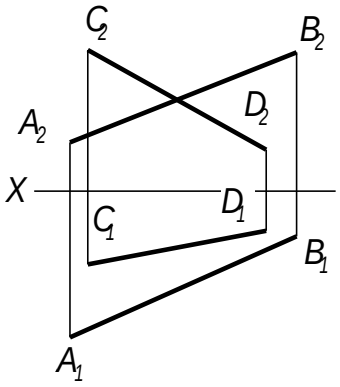
Мал. 72



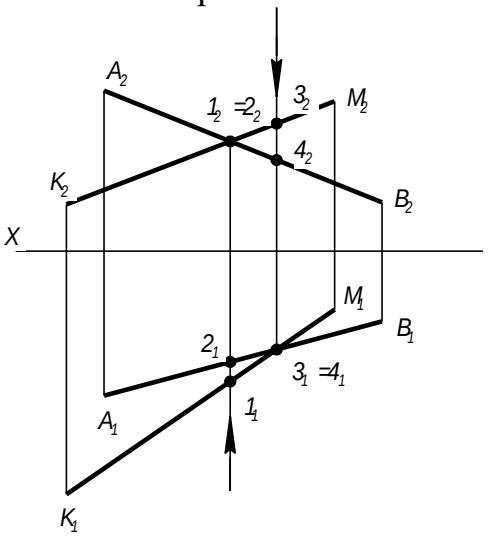
Мал. 73

Мимобіжні прямі

Якщо дві прямі в просторі не паралельні між собою і не перетинаються, то вони перехрещуються в просторі. Такі прямі називаються мимобіжні. На мал.74 зображені дві мимобіжні прямі загального положення. Точка перетину
одноіменних проекцій цих прямих не лежить на одному перпендикуляру до проекцій X. Прямі зображені на мал. 69, 72 також є мимобіжні прямі.



Мал. 74



Мал. 75

Точки перетину однойменних проекцій мимобіжних прямих являє собою проекцію двох точок, з яких одна належить одній, а друга - другій з цих мимобіжних прямих.

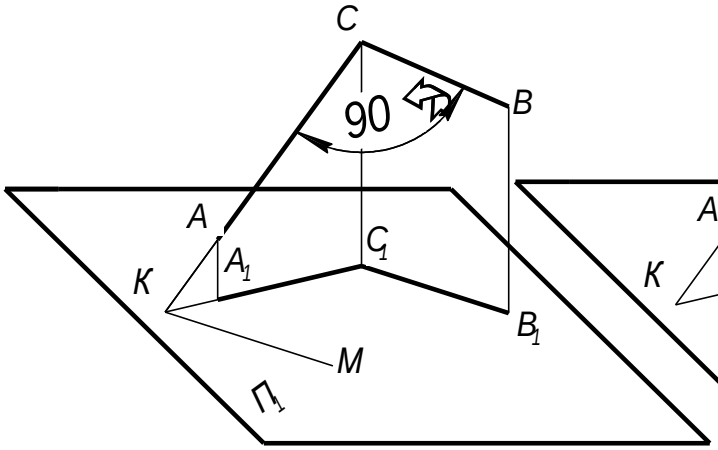
На мал. 75 точка з проекціями 1_1 і 1_2 належать прямій КМ, а точка з проекціями 2_1 і 2_2 належать прямій АВ. Ці точки однаково віддалені від площини проекцій $П_1$ але відстань їх від площини проекцій $П_2$ різна: точка 1 знаходиться дальше від $П_2$ чим точка 2.

Точка з проекціями 3_1 і 3_2 належить прямій КМ, а точка з проекціями 4_1 і 4_2 належать прямій АВ. Ці точки однаково віддалені від площини проекцій $П_2$, але відстань їх від площини проекцій $П_1$ різна: точка 3 знаходиться дальше від $П_1$ чим точка 4.

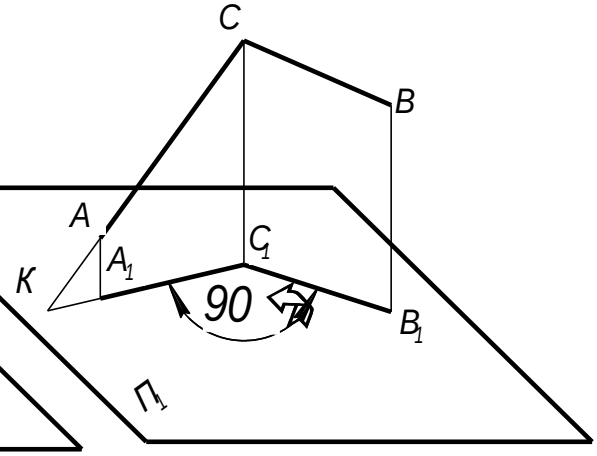
Точка 1 на фронтальній проекції закриває собою точку 2 (точка 2 на фронтальній проекції невидима). На горизонтальній проекції точка 3 закриває собою точку 4 (точка 4 на горизонтальній проекції невидима). Направлення погляду на мал. 75 показане стрілками. Ці положення будуть використовуватись в подальшому для визначення видимості на кресленнях.

Про проекції плоских кутів

Якщо хоча би одна сторона прямого кута паралельна площині проекцій, то на цю площину прямий кут спроектується а вигляді прямого кута (мал. 76).



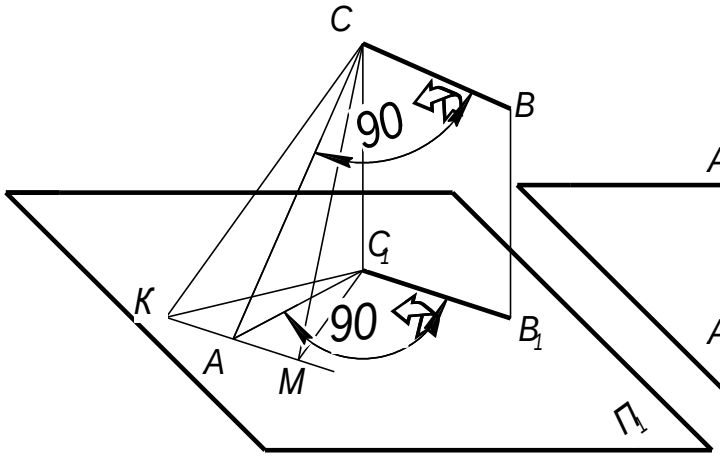
Мал. 76



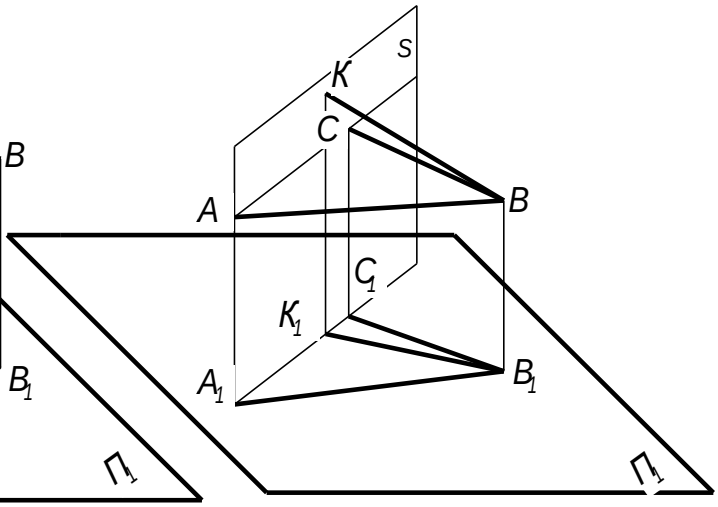
Мал. 77

Якщо проекція деякого кута, у якого одна сторона паралельна площині проекцій, являє собою прямий кут, то проектуючий кут теж прямий (мал. 77).

Якщо хоча би одна сторона тупого або гострого кута паралельна площині проекцій, то проекція його на цю площину являє собою для тупого кута - тупий кут, для гострого - гострий (мал. 78).



Мал. 78

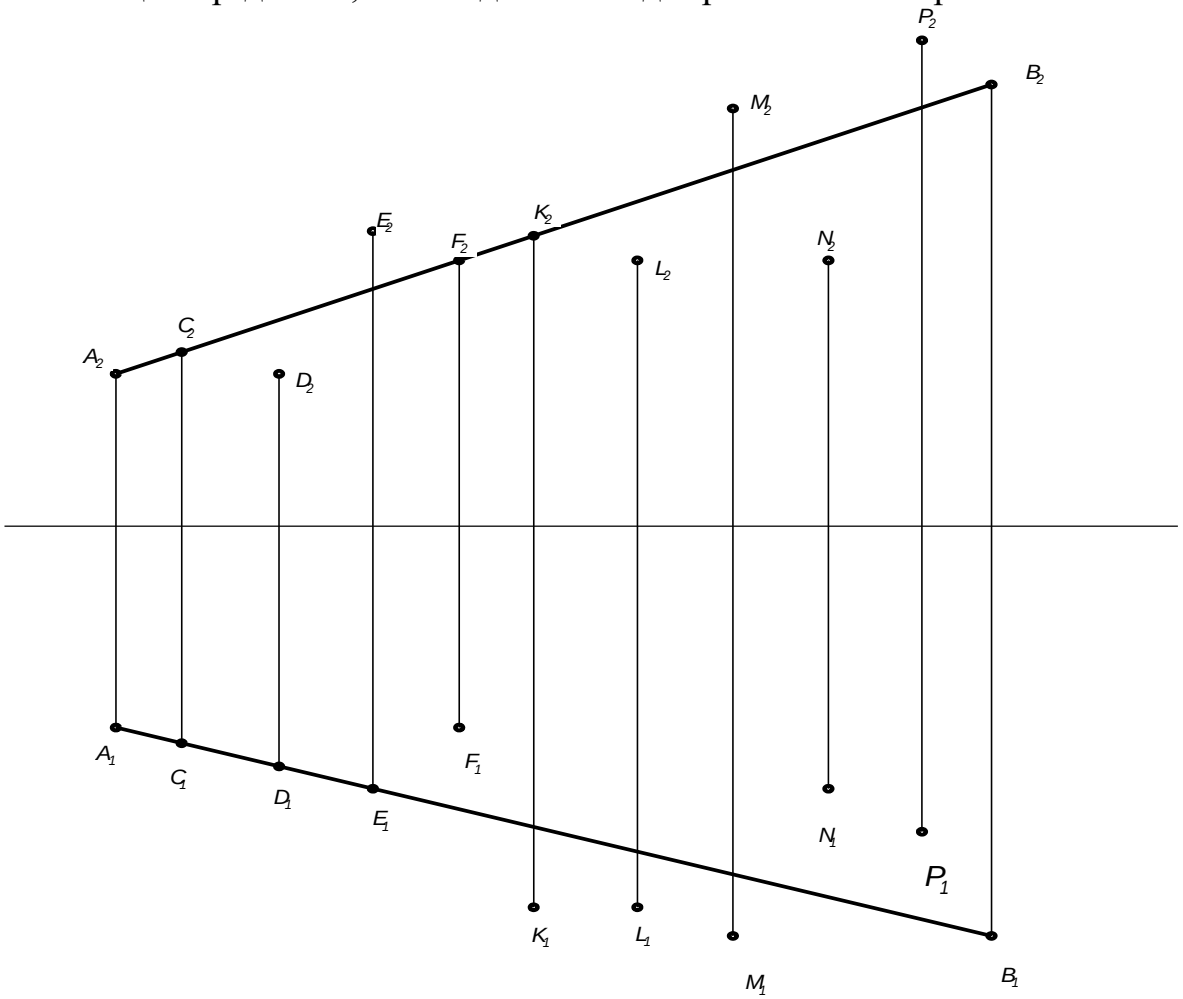


Мал. 79

Якщо дві сторони любого кута паралельні площині проекцій, то його проекція на цю площину буде рівна натуральні величині кута (мал. 79).

Положення точки відносно прямої

При виконанні креслень важливо правильно визначати положення різних елементів по відношенню один до одного. Самим простим для просторового розвитку є вправи з точкою, яка може займати різні положення відносно прямої. На мал. 80 показана пряма АВ і цілий ряд точок, які по відношенню до прямої займають різні положення.



Мал. 80

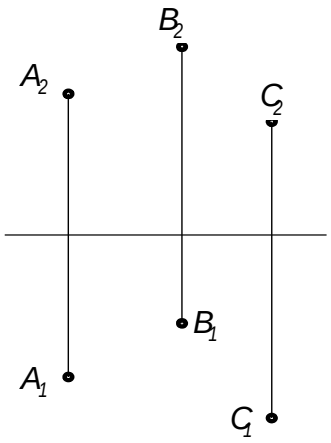
Точка С - лежить на прямій АВ
Точка D - знаходиться під прямою
Точка Е- знаходиться над прямою
Точка F- знаходиться за прямою
Точка К - знаходиться перед прямою
Точка L - находиться перед і під прямою
Точка М - знаходиться перед і над прямою
Точка N - знаходиться за і під прямою
Точка Р - знаходиться за і над прямою

Проектування площини
Зображення площини на епюрі

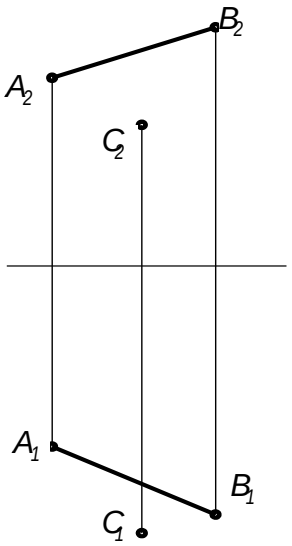
На епюрі площину можна зобразити, побудувавши проекції геометричних елементів, що повністю визначають її положення в просторі, а саме:

а) трьох точок, що не лежать на одній прямі (мал. 81);
б) прямої і точки, розташованої поза нею (мал. 82);
в) двох прямих, що перетинаються (мал. 83);
г) двох паралельних прямих (мал. 84);
д) любої плоскої фігури (мал. 85).

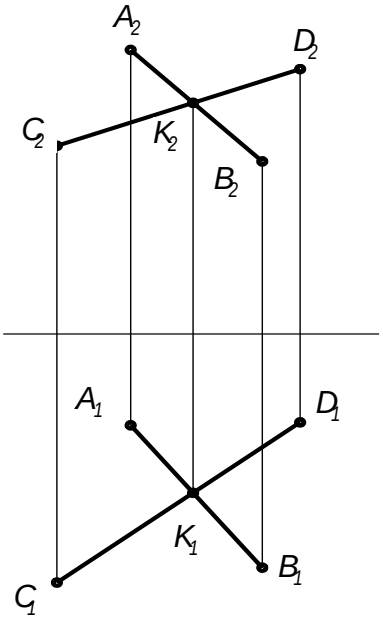
З рисунків видно, що від одного виду зображення площини легко перейти до іншого.



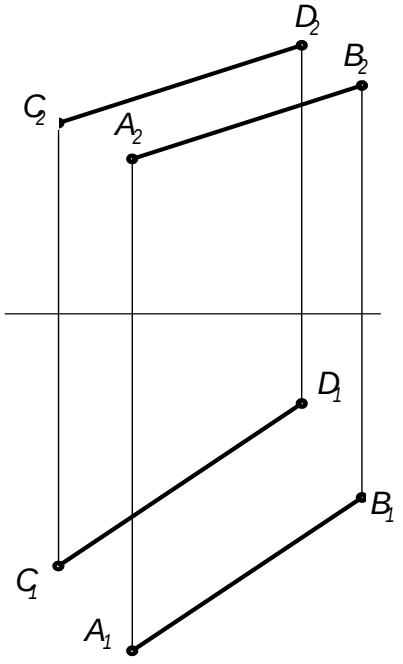
Мал. 81



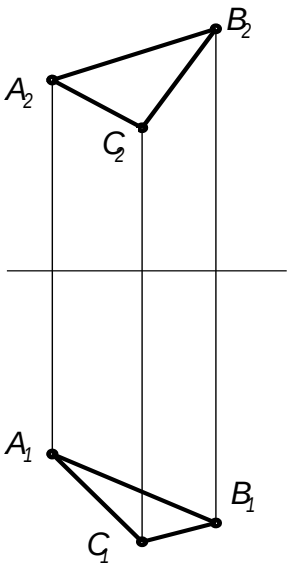
Мал. 82



Мал. 83



Мал. 84



Мал. 85

Сліди площини

Більш наглядно площина може бути задана за допомогою прямих ліній, по яким ця площина перетинає площини проекцій.

На мал. 86 показана побудова таких прямих для випадку, коли деяка площина Q задана двома прямими АВ і ВС, які перетинаються.

Для побудови прямої, по якій площина Q перетинає площину проекцій $П_1$, достатньо побудувати дві точки, які належать одночасно площинам Q і $П_1$.

Такими точками будуть сліди прямих АВ і ВС на площині $П_1$. Побудувавши ці сліди (M_1 і M_1^I) і провівши через них пряму, получимо шукану лінію перетину площин Q і $П_1$.

Лінія перетину площин Q і $П_2$ будуть визначатись точки N_2 і N_2^I - фронтальними слідами прямих АВ і ВС.

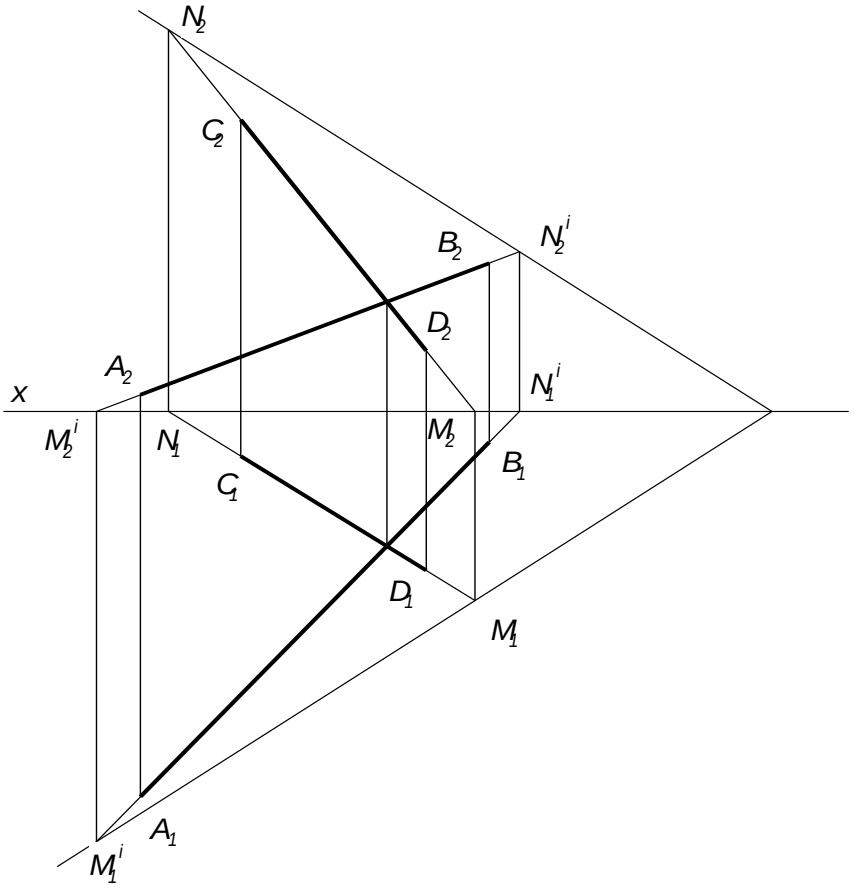
Прямі, по яким площина перетинається з площинами проекцій називаються слідами цієї площини на площинах проекцій.

На мал. 87 зображене наглядне зображення площини в системі трьох площин проекцій $П_1$, $П_2$ і $П_3$. В загальному випадку площина перетинає всі три площини проекцій. Площина Р перетинає площини проекцій $П_1$, $П_2$ і $П_3$ по прямих P_1, P_2 і P_3 і точки збігу слідів P_x, Py, Pz.

P_1- горизонтальний слід площини

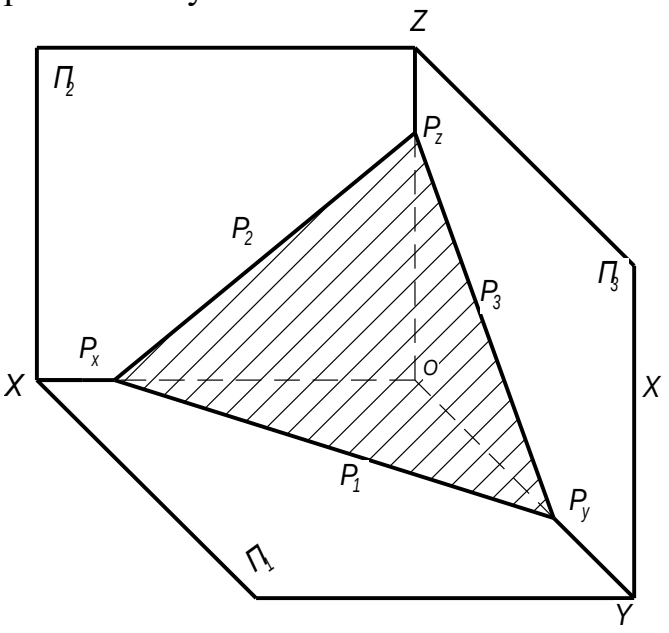
P_2- фронтальний слід площини

P_3- профільний слід площини

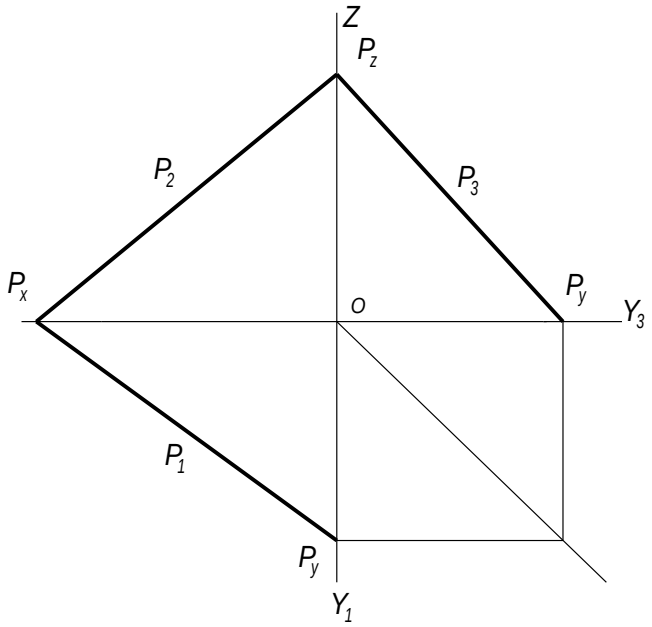


Мал. 86

Так як точки P_x, Py, Pz лежать на осях проекцій, то для побудови епюра площини достатньо мати координати цих точок. Одна із цих координат буде рівнятись нулю.



Мал. 87



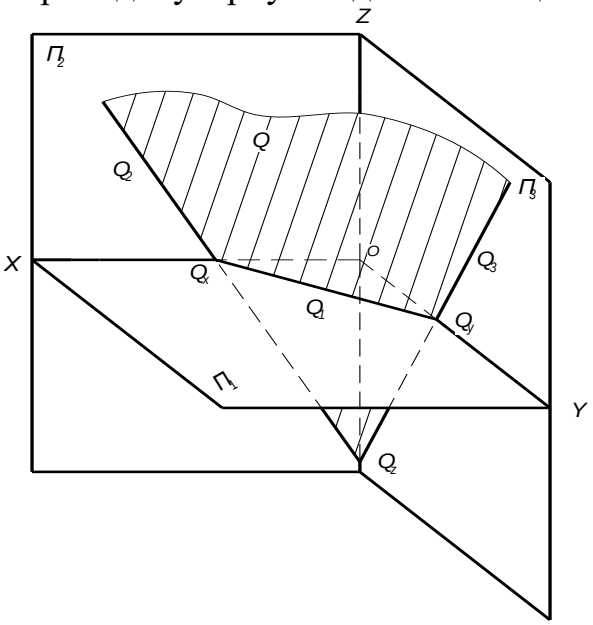
Мал. 88

На мал. 88 показана епюра площини, заданої слідами. Кут між слідами площини не буде рівнятись куту утвореному цими слідами в просторі.

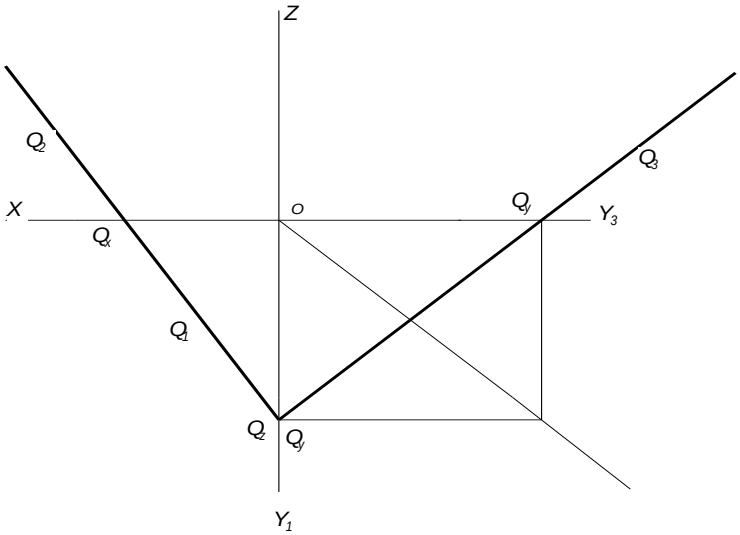
Положення площини в просторі відносно площини проекцій

За розташуванням в просторі розрізняють площини окремого і загального положення.

Площиною загального положення називають площину не перпендикулярну ні одній з площин проекцій (мал. 87, 88, 89, 90).



Мал. 89



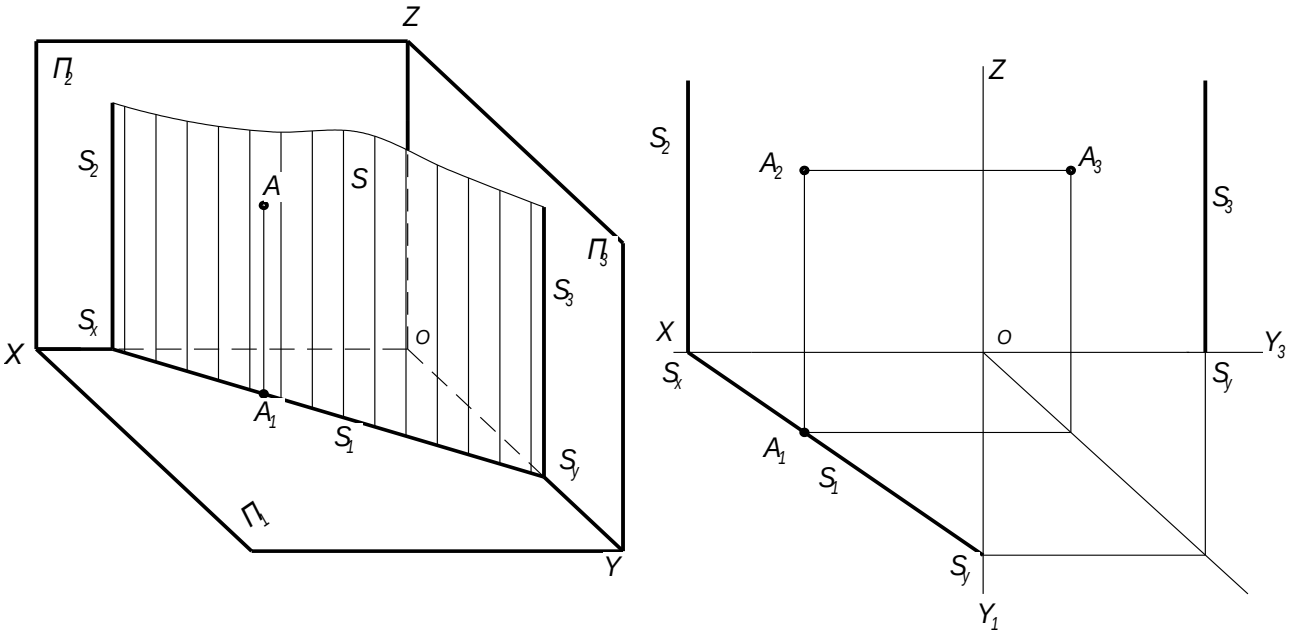
90

Розглядаючи площину загального положення в просторі, видно що сліди цієї площини нахилені до осей проекцій X, Y, Z. Кут між горизонтальним і фронтальним слідами може бути гострим (мал. 88) або тупим (мал. 90).

Площини перпендикулярні до однієї з площин проекцій називаються проектуючими.

1. Площина перпендикулярна до горизонтальної площини проекцій називається горизонтально - проектуючою (мал. 91).

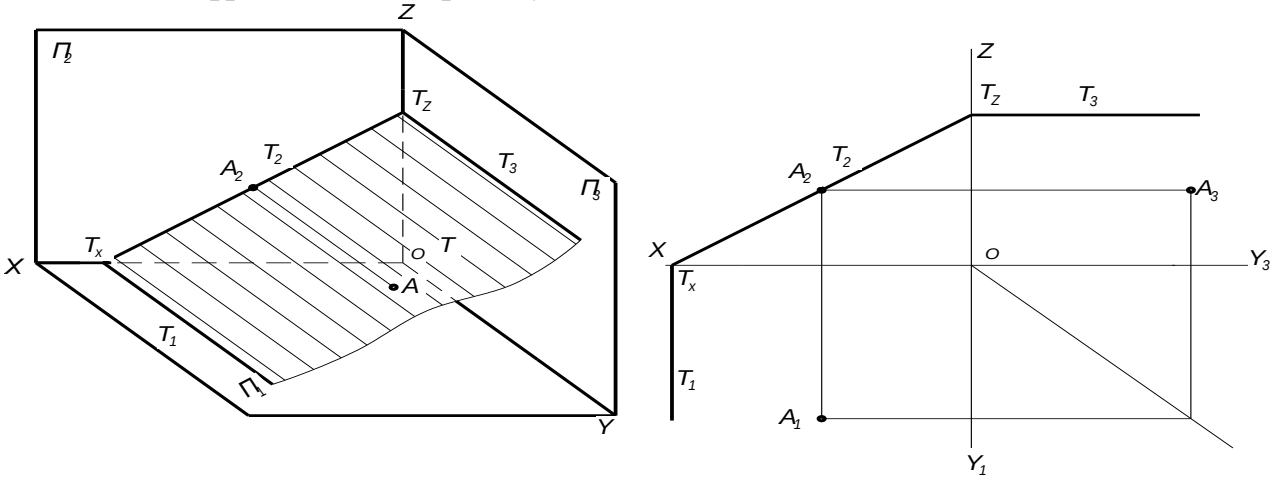
Фронтальний слід такої площини перпендикулярний до осі X, а профільний до осі Y. Горизонтальний слід може утворювати з віссю X і Y довільні кути, які рівняються кутам нахилу площини до площин проекцій $П_2$ і Пз.



Мал. 91

Якщо в горизонтально - проектуючій площині знаходиться точка, лінія чи друга плоска фігура то її горизонтальна проекція буде збігатись з горизонтальним слідом цієї площини.

2. Площина перпендикулярна до фронтальної площини проекцій називається фронтально - проектуючою (мал.92).



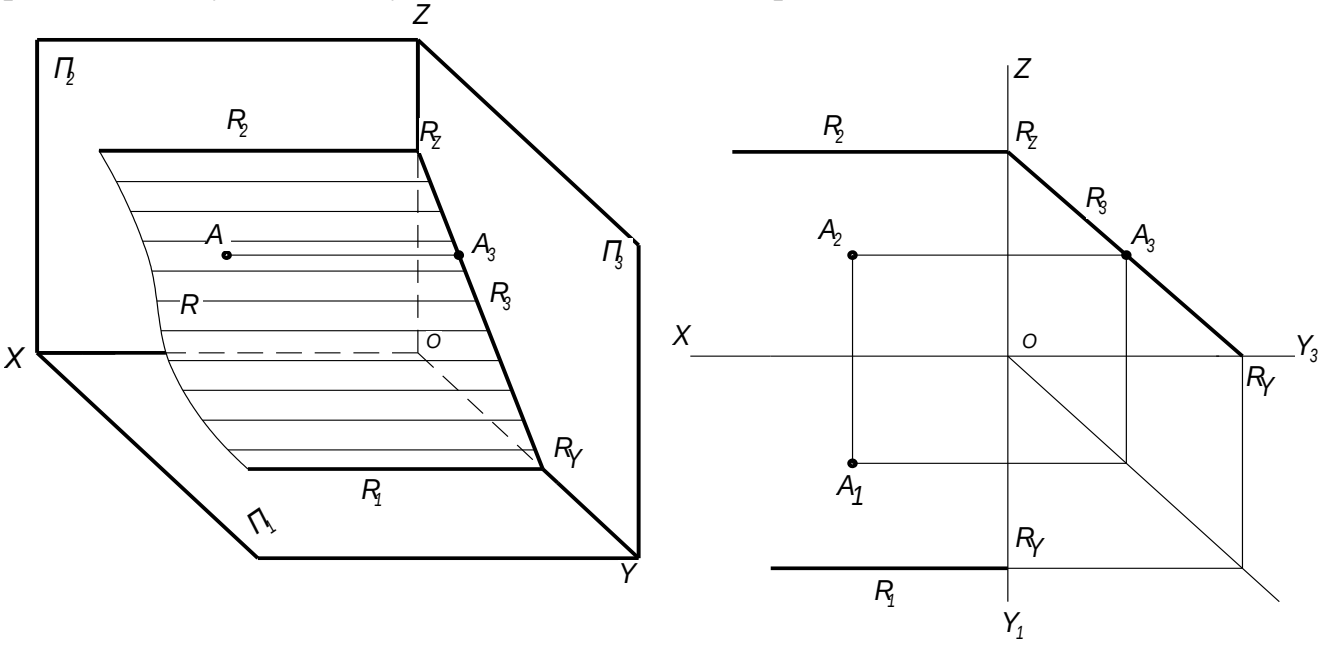
Мал. 92

Горизонтальний слід такої площини перпендикулярний до осі X, а профільний до осі Z. Фронтальний слід може утворювати з віссю X і Z довільні кути, які рівняються кутам нахилу площини до площин проекцій $П_1$ і $П_3$.

Якщо в фронтально - проектуючій площині знаходиться точка, лінія чи друга плоска фігура то її фронтальна проекція буде збігатись з фронтальним слідом цієї площини.

3.Площина перпендикулярна до профільної площини проекцій називаються профільно - проектуючою (мал. 93).

Фронтальний слід такої площини перпендикулярний до осі Z, а горизонтальний до осі Y. Профільний слід може утворювати з віссю Z і Y довільні кути, які рівняються кутам нахилу площини до площин проекцій $П_2$ і $П_1$.

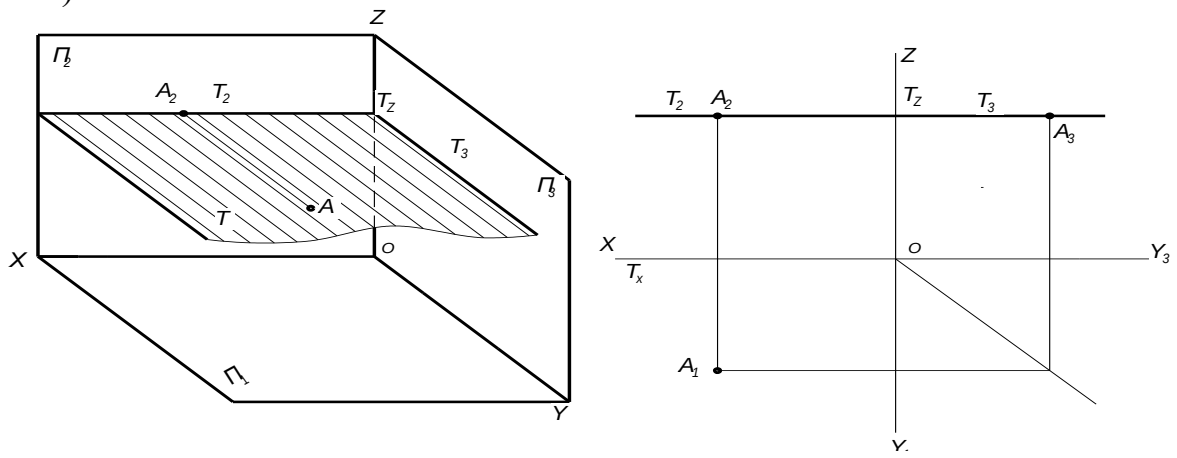


Мал. 93

Якщо в профільно - проектуючій площині знаходиться точка, лінія чи друга плоска фігура то її профільна проекція буде збігатись з профільним слідом цієї площини.

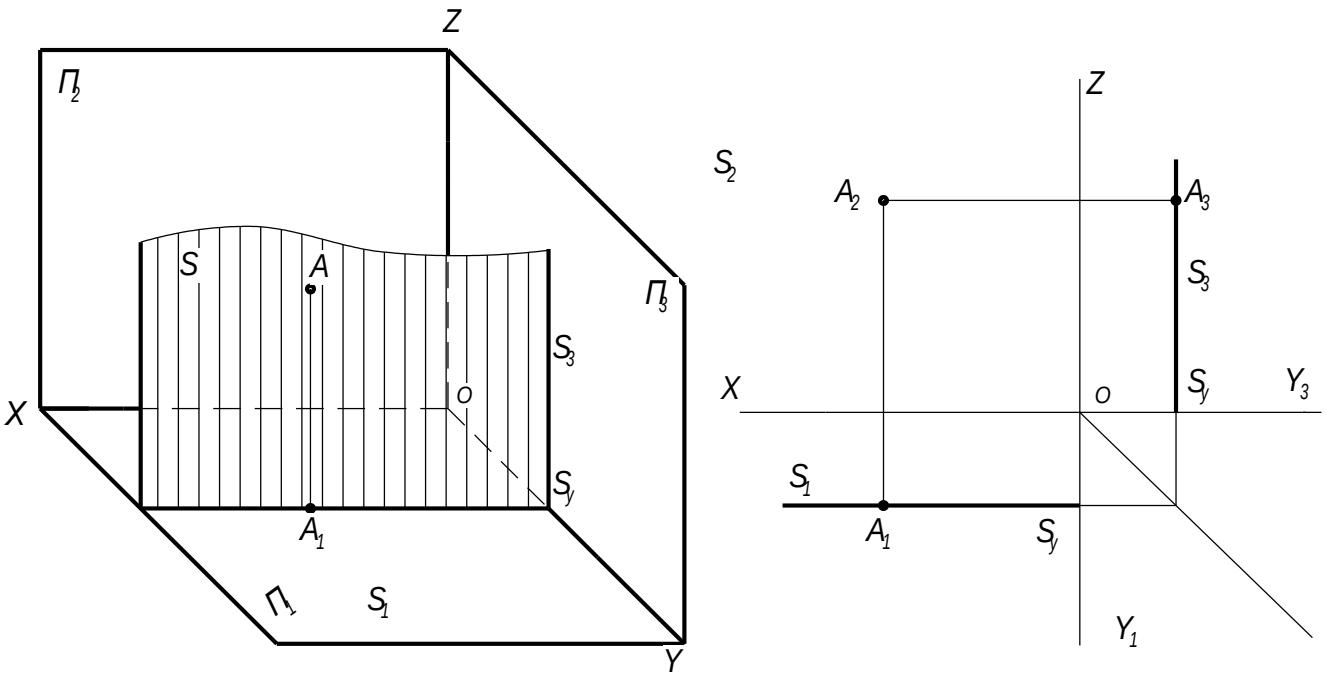
Площини, паралельні одній з площин проекцій називаються площинами рівня.

1. Площина паралельна площині проекцій $П_1$ називається горизонтальною (мал. 94).



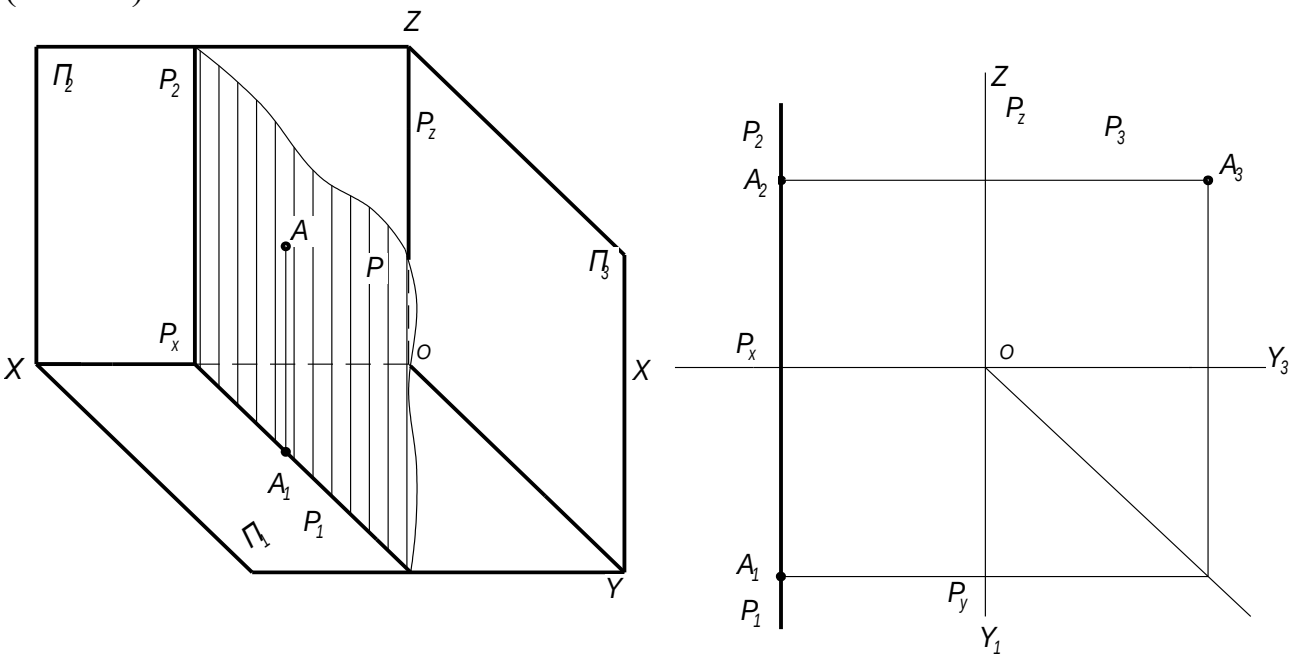
Мал. 94

2. Площина паралельна площині проекцій $П_2$ називається фронтальною (мал. 95).



Мал. 95

3. Площина паралельна площині проекцій $П_3$ називається профільною (мал. 96).



Мал. 96

Розглянемо проекційні ознаки площин рівня:

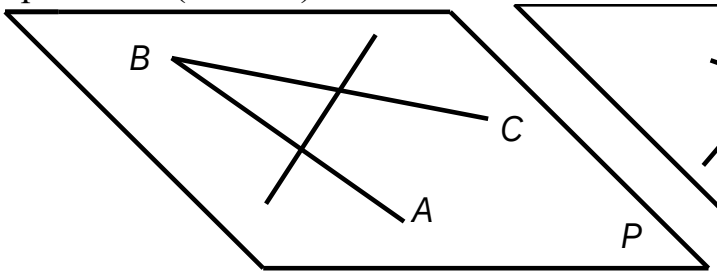
1. Довільна фігура, що лежить у площині рівня, проектується натуральною величиною на ту площину проекцій, якій ця площина рівня паралельна.

2. На дві інші площини проекцій фігура, що лежить у площині рівня, проектується відрізками прямих, які збігаються зі слідами площин рівня. Ця властивість площин рівня називається збиральною

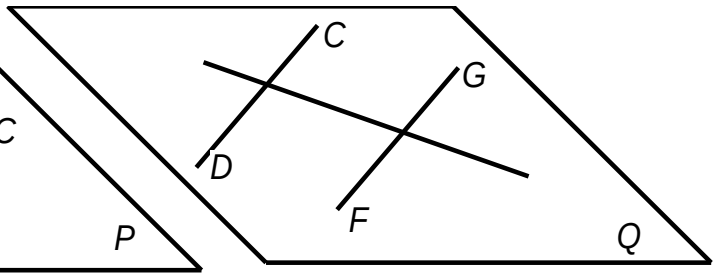
Пряма і точка в площині

Пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, які належать даній площині (мал. 97).

Пряма належить площині, якщо вона проходить через точку, яка належить даній площині і паралельна прямій, яка належить даній площині або їй паралельна (мал. 98).

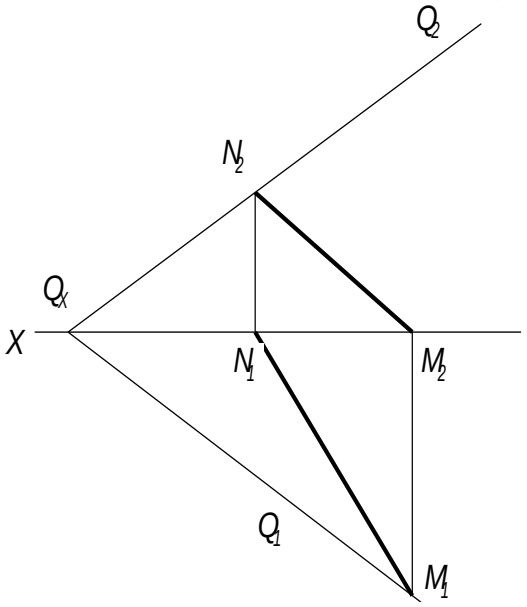


Мал. 97

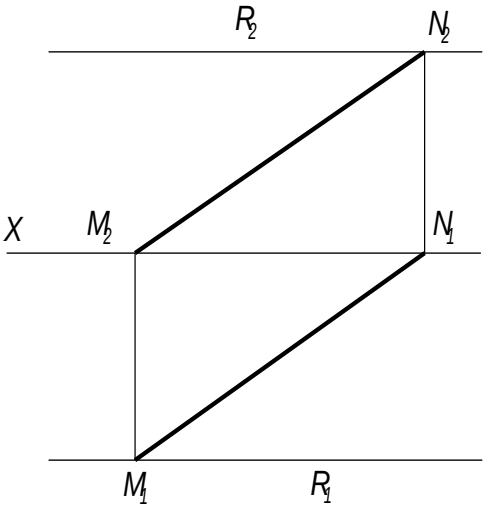


Мал. 98

Пряма належить площині, якщо сліди прямої находяться на одноіменних з ними слідах площини (мал. 99, 100).

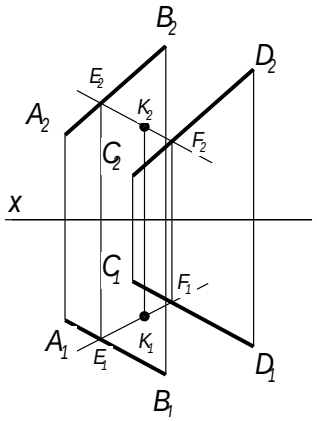


Мал. 99

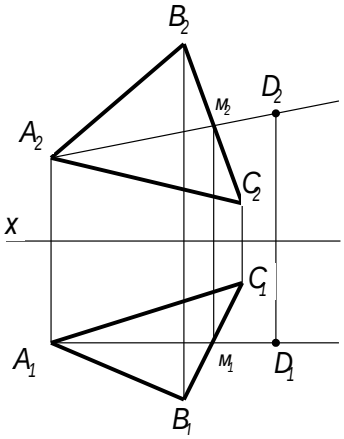


Мал. 100

Якщо необхідно побудувати точку, яка належить площині, спочатку треба побудувати пряму, яка належить цій площині, потім на цій прямій взяти точку (мал. 101, 102).



Мал. 101



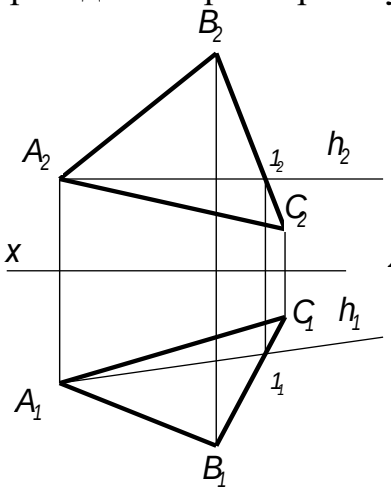
Мал. 102

Головні лінії площини

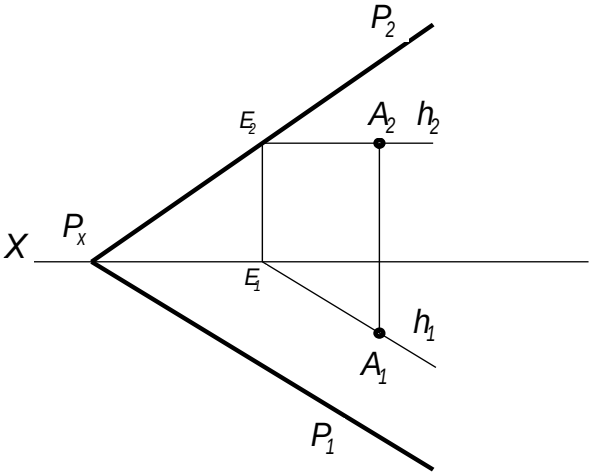
До головних ліній площини належать: горизонталь, фронталь і лінія найбільшого ската.

Горизонталь площини. Горизонталлю площини називається пряма, яка лежить у площині і паралельна горизонтальній площині проекцій $П_1$.

Побудуємо горизонталь h площини, заданої трикутником АВС. Горизонталь проведемо через вершину А (мал.103).



Мал. 103



Мал. 104

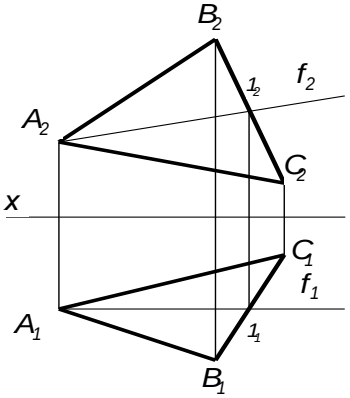
Так як горизонталь площини являється пряма паралельна площині проекцій $П_1$, то фронтальну проекцію цієї прямої (h_2) отримаємо, якщо проведемо h_2 паралельно осі X. Для побудови горизонтальної проекції цієї горизонталі (h_1), побудуємо горизонтальну проекцію точки 1 (1_1) і проведемо пряму $A_1 1_1$, яка і буде являтись горизонтальною проекцією горизонталі (h_1).

Розглянемо побудову горизонталі площини, заданої слідами.

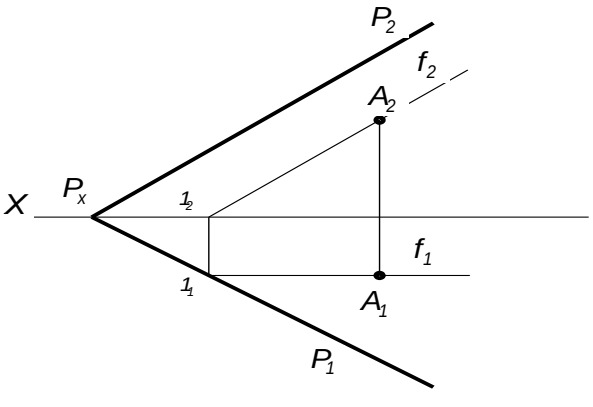
Горизонтальний слід площини являється однією з її горизонталь. Тому побудова будь якої горизонталі площини зводиться до проведення в цій площині прямої, паралельної горизонтальному сліду площини (мал. 104). Горизонтальна проекція горизонталі паралельна горизонтальному сліду площини; фронтальна проекція горизонталі паралельна осі X.

Фронталь площини. Фронталлю площини називається пряма, яка лежить у площині і паралельна фронтальній площині проекцій $П_2$.

Побудуємо фронталь f площини, заданої трикутником АВС. Фронталь проведемо через вершину А (мал. 105).



Мал. 105



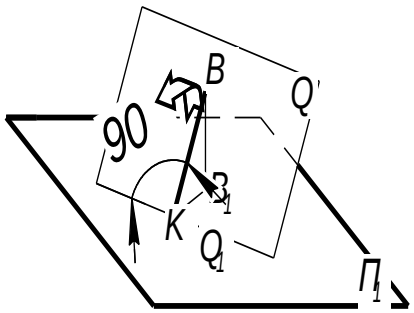
Мал. 106

Так як фронталь площини являється пряма паралельна площині проекцій $П_2$, то горизонтальну проекцію цієї прямої (f_1) отримаємо, якщо проведемо f_1 паралельно осі Х. Для побудови фронтальної проекції цієї фронталі (f_2), побудуємо фронтальну проекцію точки 1 (1_2) і проведемо пряму $A_2 1_2$, яка і буде являтись фронтальною проекцією фронталі (f_2).

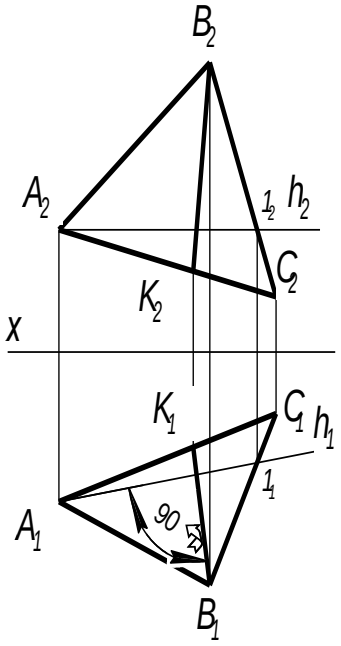
Розглянемо побудову фронталі площини, заданої слідами.

Фронтальний слід площини являється однією з її фронталей. Тому побудова будь якої фронталі площини зводиться до проведення в цій площині прямої, паралельної фронтальному сліду площини (мал. 106). Фронтальна проекція фронталі паралельна фронтальному сліду площини; горизонтальна проекція фронталі паралельна осі Х.

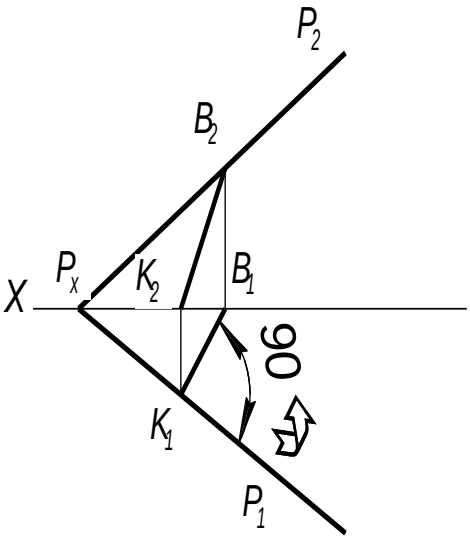
Лінія найбільшого ската. Лінією найбільшого ската площини називається пряма, яка лежить в цій площині і перпендикулярна до горизонталі цієї площини (в тому числі і до її горизонтального сліду).



Мал. 107



Мал. 108



Мал. 109

Згідно правилам проектування прямого кута горизонтальна проекція лінії найбільшою ската площини перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі цієї площини і до її горизонтального сліду. Фронтальна проекція лінії найбільшою ската будується після горизонтальної і може займати різні положення в залежності аід положення площини. На мал. 107 зображена лінія найбільшою скапі площини Q; $ВК \perp Q_1$. Так як $В_1К$ також перпендикулярні до Q_1 кут $ВКВ_1$ являться лінійним двогранного куга, утвореним площиною Q і $П_1$. Значить лінія найбільшою ската площини може служити і для визначення кута нахилу цієї площини до площини проекцій $П_1$.

На мал. 108 і 109 показана побудова на епюрі лінії найбільшою ската зображених площин.

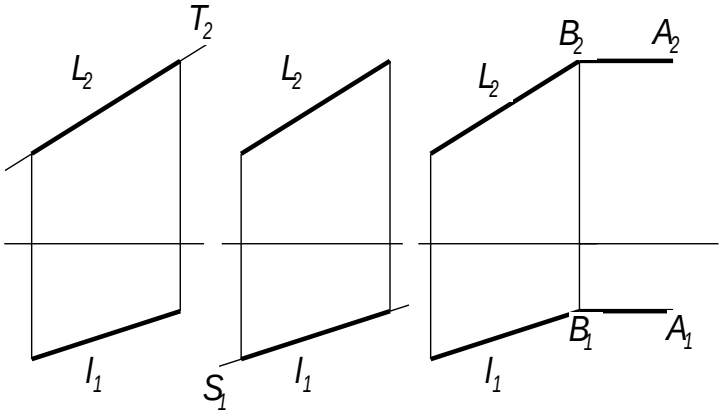
Проведення проектуючої площини через пряму лінію

При рішенні різних задач, часто буває необхідно провести проектуючу площину через пряму, згідно з умовами задачі. Через пряму загального положення можна провести любу з проектуючих площин. Приклади показані на мал. 110. Через пряму загальною положення АВ проведені:

а) фронтально - проектуюча площина, задана її фронтальною проекцією, яка збігається з A_2B_2 (мал. 110, а).

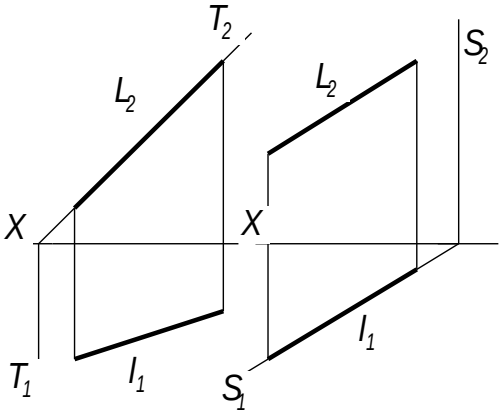
б) горизонтально - проектуюча площина, задана її горизонтальною проекцією, яка збігається з A_1B_1 (мал. 110, б).

в) профільно - проектуюча площина, яка задана, крім заданої прямої АВ. ще примою ВС. перпендикулярною до площини проекцій $П_3$ (мал. 110, в).



а б в

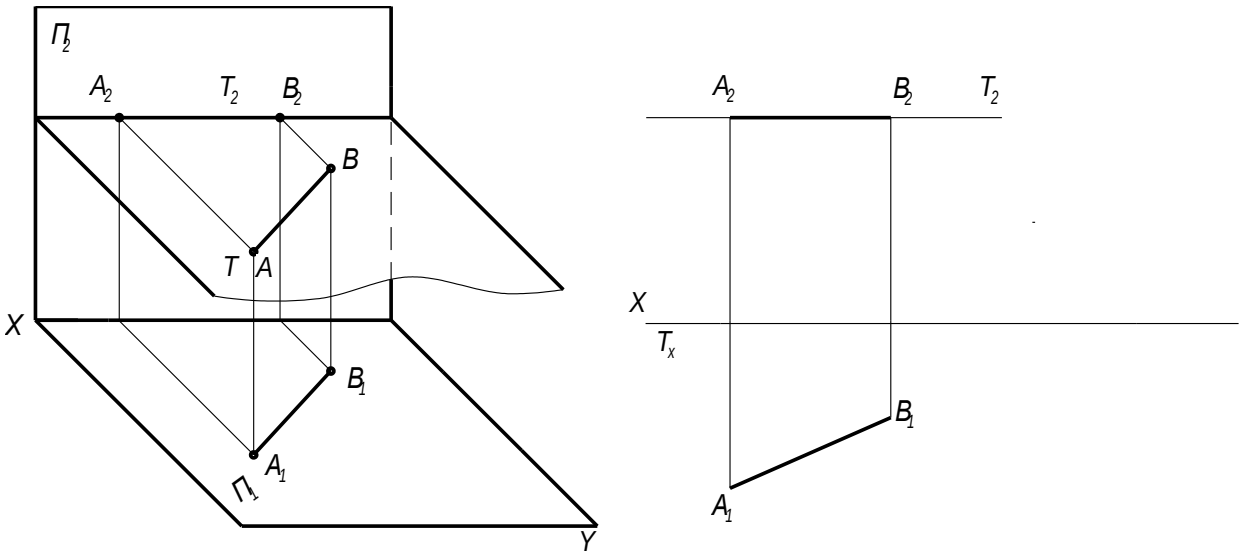
Мал. 110



Мал. 111

На мал. 111 площини, проведені через пряму АВ. задані слідами.

Але через пряму загальною положення не можливо провести ні горизонтальну. ні фронтальну, ні профільну площини. Такі площини можна провести лише через відповідно розміщені прямі; через горизонтальну пряму можна провести горизонтальну площину і так дальше. Приклад побудови показаний на мал. 112.



Мал. 112

Проекції плоских фігур

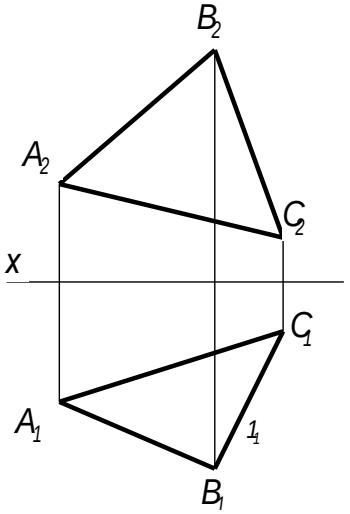
Площинами називаються фігури, в яких усі точки лежать в одній площині. Вони бувають прямолінійні (трикутники, читирикутники і взагалі довільні багатокутники) і криволінійні (кола, овали, еліпси і т. п.). Більшість плоских тезнічних деталей має саме такі контури. Розглянемо проектування деяких плоских фігур.

Трикутник. Знаючи координата вершин трикутника, ми зможемо побудувати його проекції (мал. 113).

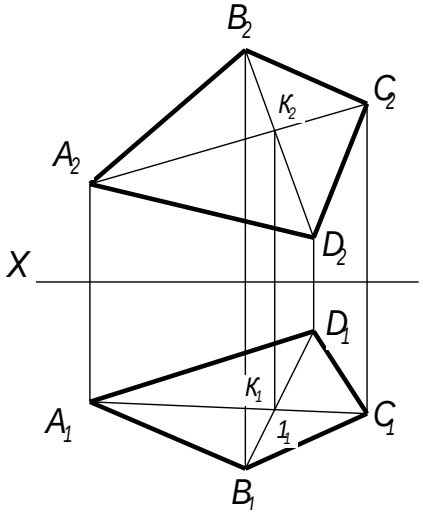
Чотирикутник. Якщо три точки, які не лежать на одній прямій, завжди визначають площину, то цього не можна стверджувати відносно чотирьох або більшого числа точок. У цих випадках обов'язково треба перевіряти, чи буде плоскою задана фігура.

На мал. 114 проведені діагоналі чотирикутника. Якщо горизонтальна і фронтальна проекції точок перетину діагоналей розташовані на одному перпендикулярі до осі X, то чотирикутник є плоским.

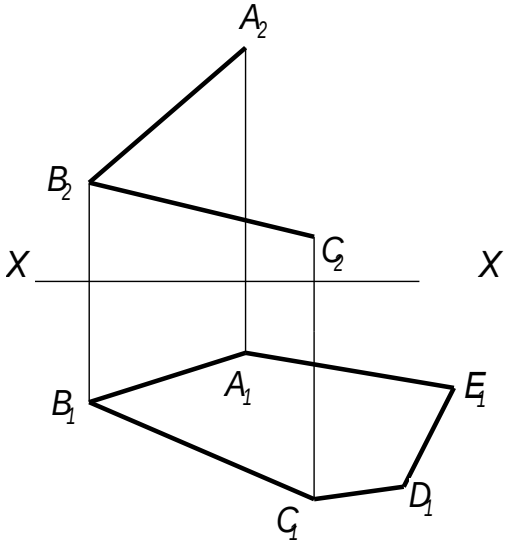
Многокутник. При побудові проекцій будь якого многокутника необхідно звернути увагу на те, щоб не порушувалась умова знаходження всіх точок даної фігури в одній площині.



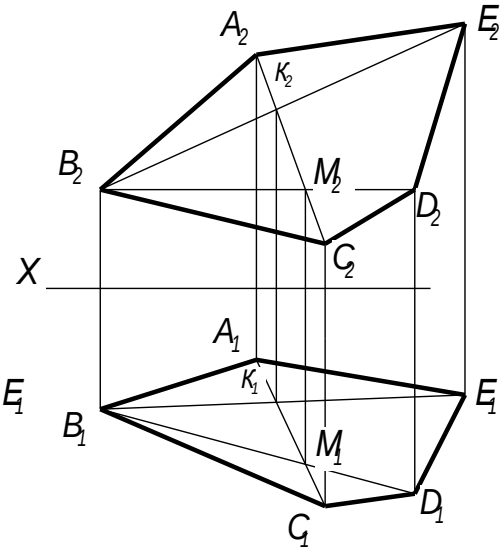
Мал. 113



Мал. 114



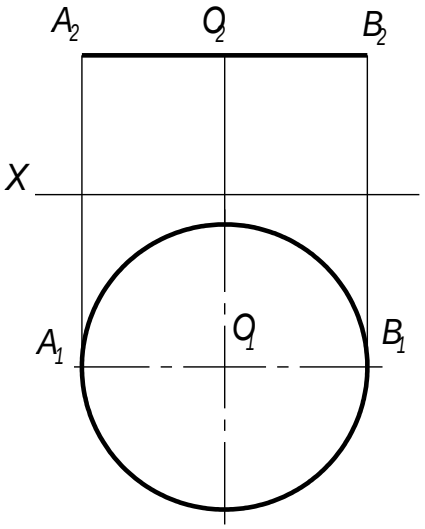
Мал. 115



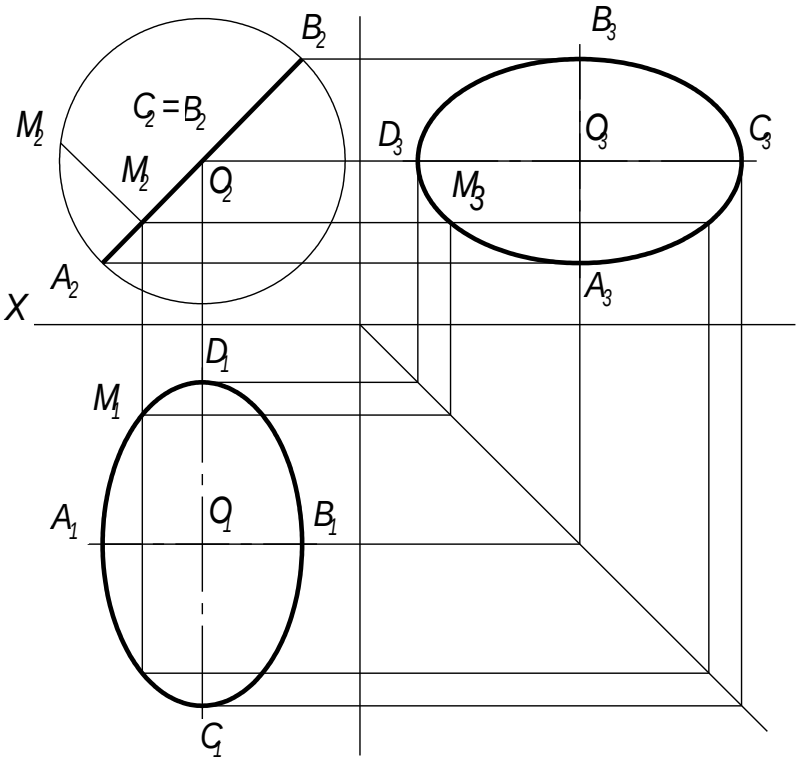
Мал. 116

На мал. 115 задана горизонтальна проекція п'ятикутника ABCDE і фронтальна проекція тільки трьох його вершин A_2, B_2 і E_2. На мал. 116 показана побудова проекцій других його вершин C_2 і D_2. Для того, щоб точки C і D лежали в одній площині з точками A, B і C, необхідно, щоб вони знаходились на прямих які лежать в цих площинах. Цими прямими являються діагоналі AC, AD і BE, горизонтальні проекції яких ми можемо побудувати. Спочатку проводимо діагональ BE. Потім проводимо .діагоналі AC і AD. Побудову видно на рисунку.

Круг. Залежно від положення площини круга відносно площин проекцій він може проектуватись у вигляді кола, еліпса або прямолінійного відрізка. На мал. 117 зображено проекції круга, площина якого паралельна площині проекцій $П_1$. На мал. 118 площина круга займає фронтально - проектуюче положення. Тут на площині проекцій $П_2$ круг зобразиться відрізком A_2B_2, нахиленим до осі X, величина якого дорівнює діаметру кола, а на горизонтальну і профільну проекції у вигляді еліпсів. Велика вісь еліпса на площині $П_1$ розташована паралельно осі Y і дорівнює діаметру кола, тобто $C_1B_1=A_2B_2$. Малу вісь A_1B_1 креслять, проводячи лінії зв'язку з точок A_2 і B_2. Напрям малої осі паралельний осі X, а величина залежить від кута нахилу площини круга. Побудова еліпса показана на мал. 118. Третю проекцію круга будуємо за двома іншими.



Мал. 117



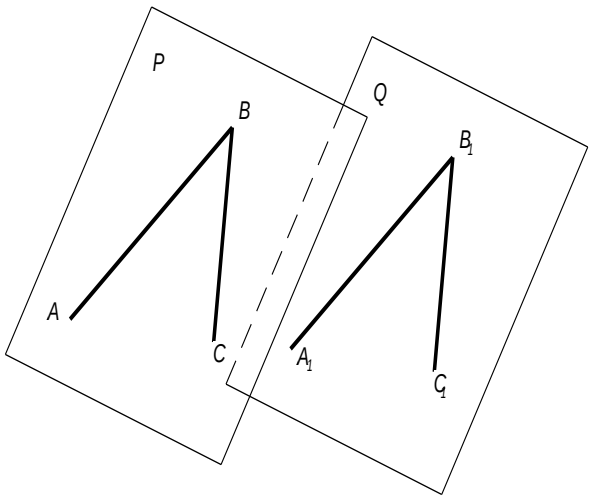
Мал. 118

Взаємне положення двох площин, прямої лінії і площини

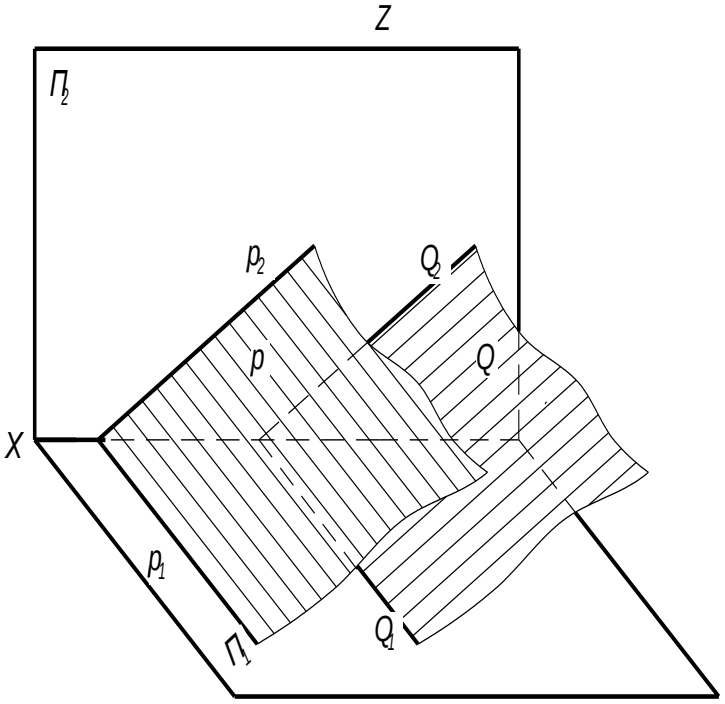
1. Дві площини можуть перетинатись або бути паралельними.

Якщо площини P і Q паралельні (мал. 119), то в кожній із них можна побудувати по дві прямі, які перетинаються між собою так, щоб прямі однієї площини були відповідно паралельні прямим другої площини.

Це служить основною ознакою для визначення, паралельні площини між собою чи ні. Такими прямими можуть бути, наприклад, сліди двох площин.



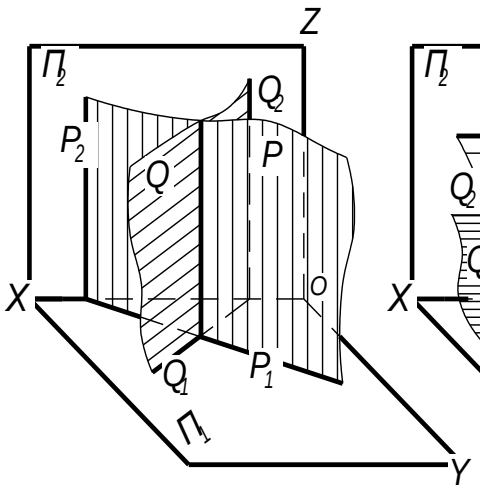
Мал. 119



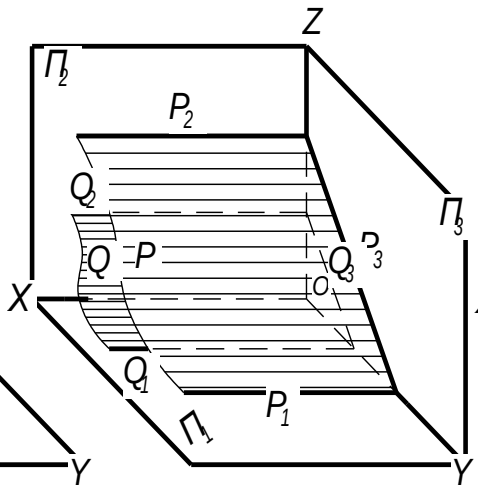
Мал. 120

Якщо сліди однієї площини відповідно паралельні однойменним слідам другої площини то такі площини паралельні (мал. 120, 122).

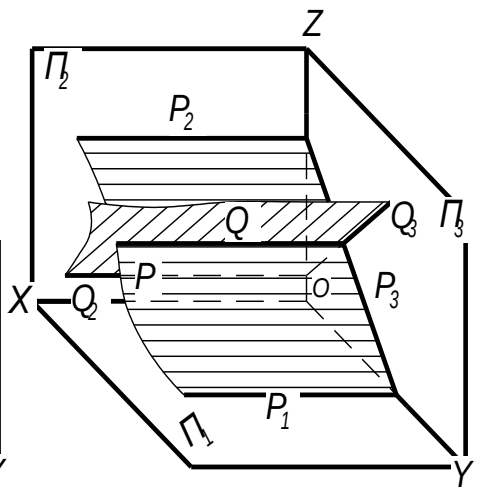
Якщо хоча би одна пара однойменних слідів перетинається, то площини перетинаються (мал. 121, 123}



Мал. 121



Мал. 122



Мал. 123

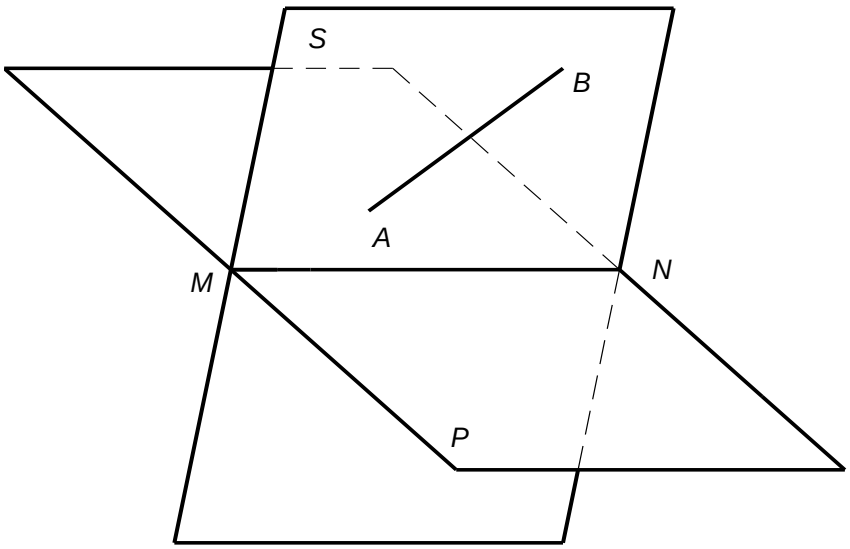
2. Взаємне положення прямої лінії і площини може бути наступним:

а) пряма лежить в площині;

б) пряма перетинає площину;

в) пряма паралельна площині.

Якщо на епюрі неможливо визначити взаємне розташування прямої і площини, то виконують додаткові побудови, в результаті якого від питання про взаємне положення прямої і площини переходять до питання про взаємне положення даної прямої і деякої додаткової прямої. Для цього (мал. 124) проводять через задану пряму AB деяку додаткову площину S так, щоб ця площина перетинала дану площину P. Після чого розглядають пряму MN перетину площин P і S.



Мал. 124

При цьому можуть бути три випадки:

1. Пряма MN зливається з прямою AB: це відповідає тому, що пряма AB належить площині P.

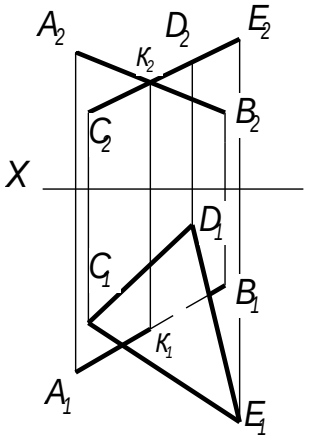
2. Пряма MN перетинає пряму AB; це відповідає тому, що пряма AB перетинає площину P

3. Пряма MN паралельна AB, це відповідає тому, що пряма паралельна площині P.

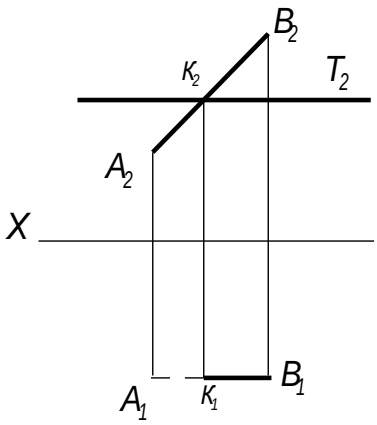
Перетин прямої лінії з площиною, перпендикулярної до однієї або двом площинам проекцій

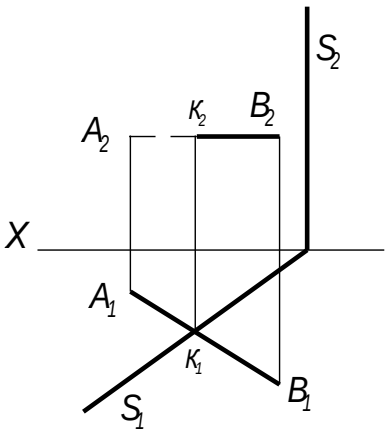
Площина, перпендикулярна до площини проекцій, проектується на останню в вигляді прямої лінії. На цій прямій повинна знаходитись відповідна проекція точки, в якій деяка пряма перепинає цю площину.

На мал. 125 фронтальна проекція K_2 точки перетину прямої AB з трикутником CDE визначається в перетині проекції A_2B_2 і C_2E_2, так яr трикутник проектується на площину $П_2$ в вигляді прямої лінії. Так як пряма AB в напрямку від K до B знаходиться під трикутником, то на кресленні частина горизонтальної проекції прямої викреслена штриховою лінією.



Мал. 125





Мал. 126

На мал. 126 (зліва) фронтальний слід площини Т є її фронтальною проекцією. Проекція K_2 визначається в перетині проекції A_2B_2 і сліду T_2.

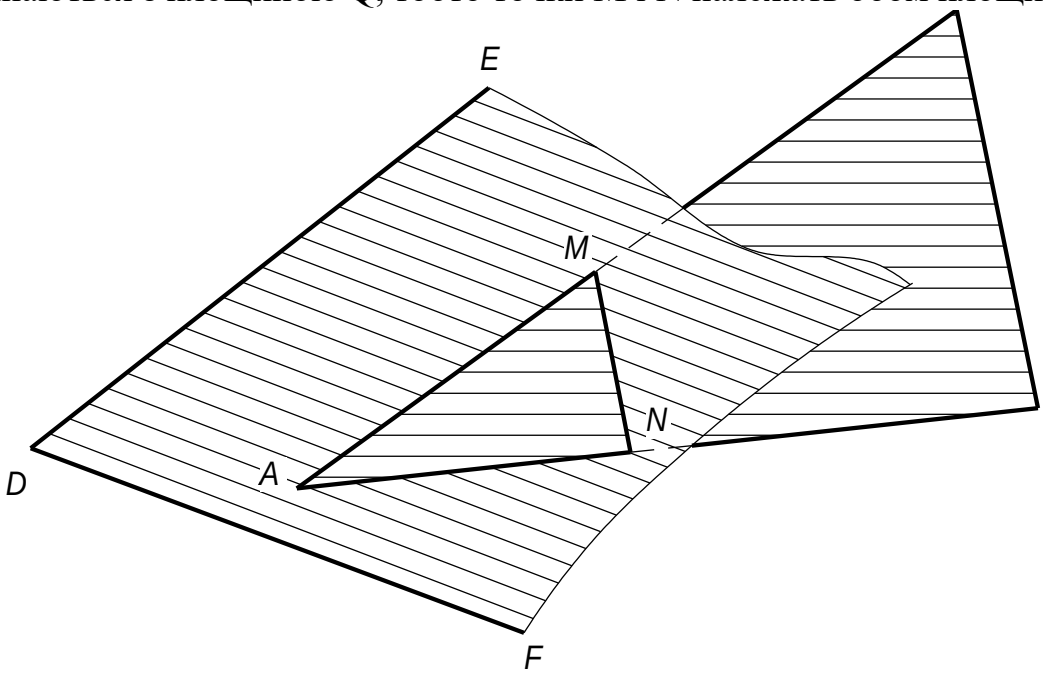
На мал. 126 (зправа) показаний приклад побудови перетину прямої з горизонтально - проектуючою площиною, заданою слідами.

Видимі відрізки прямої лінії викреслюються суцільними лініями, а невидимі - штриховими.

Побудова лінії перетину двох площин

Пряма лінія, що утворюється при перетині двох площин, визначається двома точками, з яких кожна належить обом площинам.

Так пряма MN (мал. 127), по якій перетинаються між собою площина, задана трикутником ABC і площина Q, задана прямими DE і DF, проходить через точки M і N ; але в цих точках прямі AB і AC першої площини перетинаються з площиною Q, тобто точки M і N належать обом площинам.

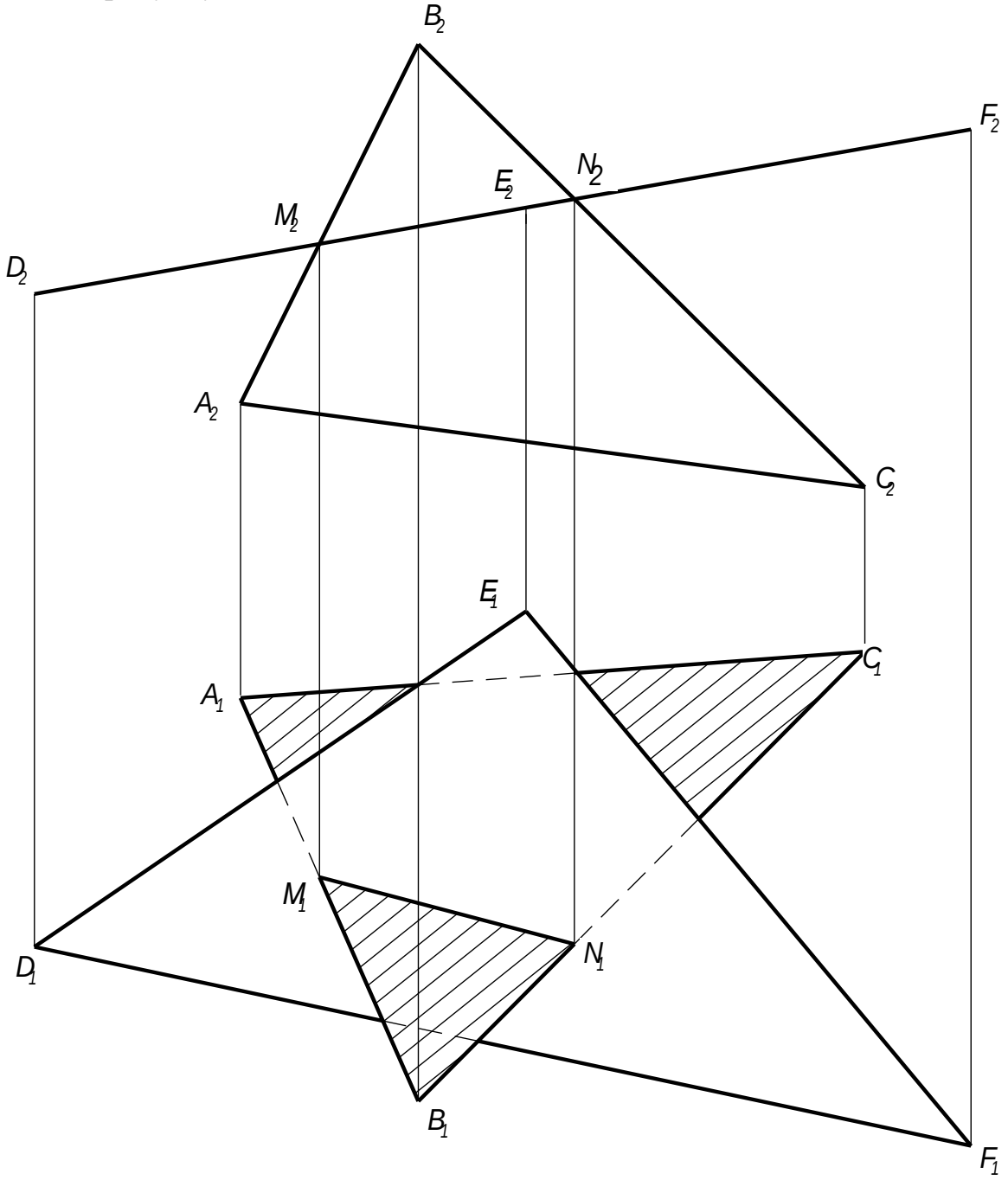


Мал. 127

Звісно, в загальному випадку для побудови лінії перетину двох площин треба знайти які не будь дві точки, кожна з яких належить обом площинам; ці точки визначають лінію перетину площин.

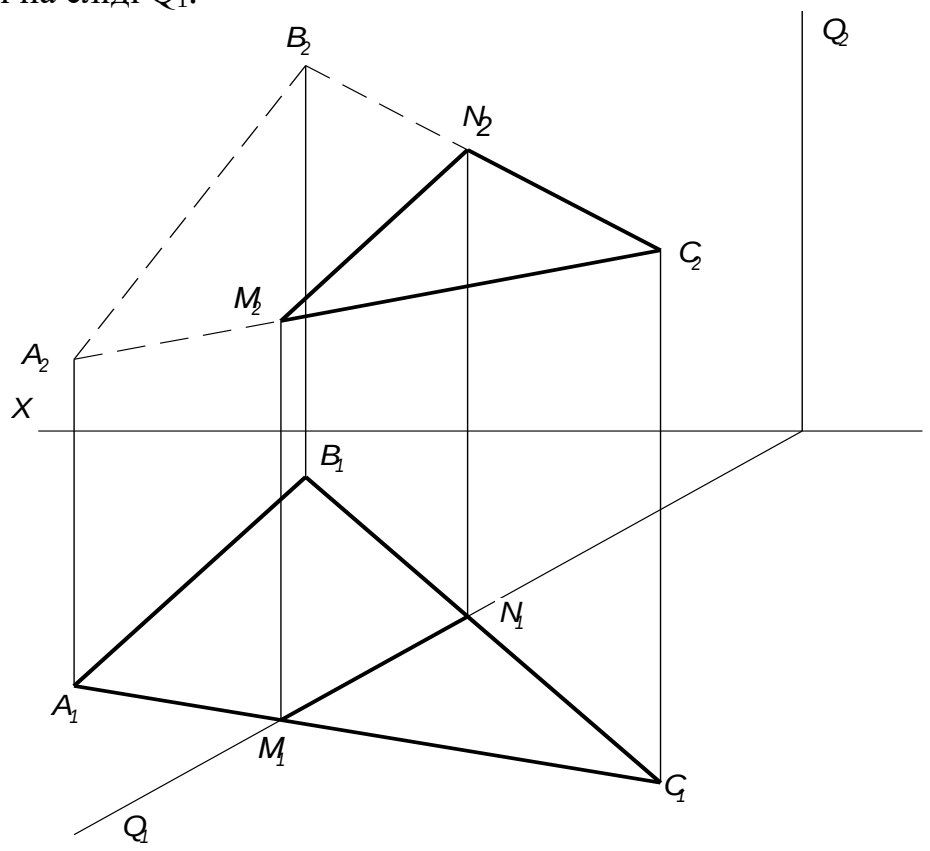
Для знаходження кожної із таких точок необхідно виконати спеціальні побудови. Але якщо, одна з площин, що перетинаються перпендикулярна до площини проекцій, то побудова лінії перетину спрощується.

На мал. 128 показаний перетин двох площин, з яких одна (задана трикутником DEF) займає положення перпендикулярне до площини $П_2$. Так як трикутник проектується на площину в вигляді прямої лінії (D_2F_2), то фронтальна проекція відрізка прямої, по якому перетинаються обидва трикутники, являє собою відрізок M_2N_2 на проекції D_2F_2. Дальші побудови видно по рисунку.



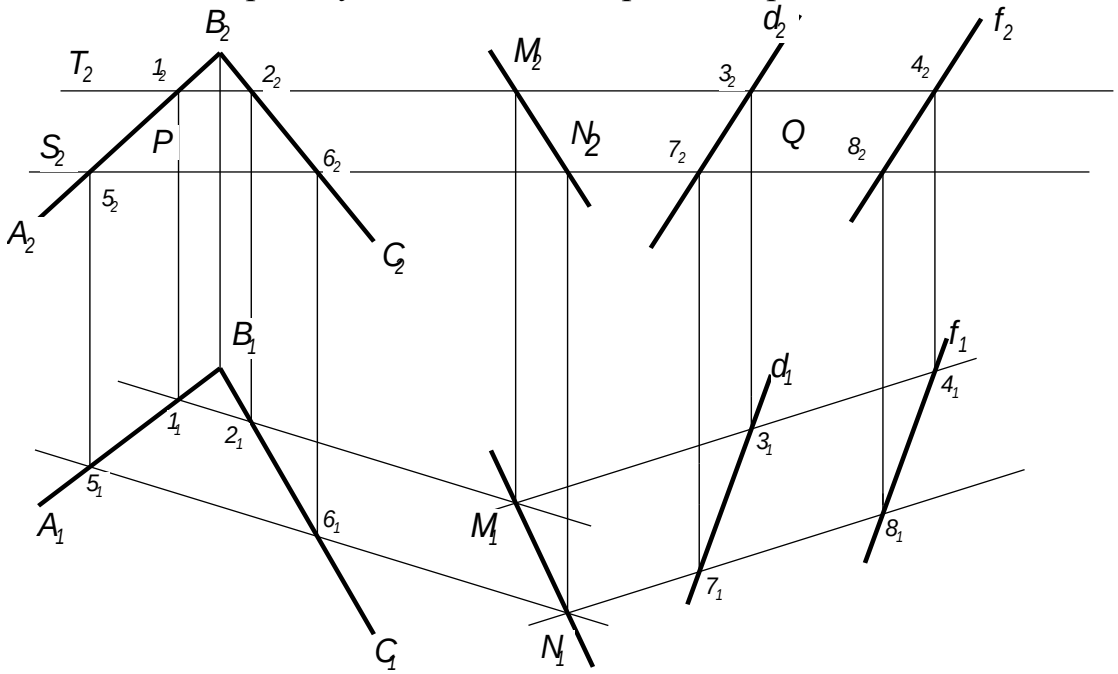
Мал. 128

Другий приклад показаний на мал. 129. Горизонтально - проектуюча площина Q , задана слідами Q_1 і Q_2 перетинає площину трикутника ABC. Горизонтальна проекція лінії перетину цих площин - відрізок M_1N_1 - знаходиться на сліді Q_1.



Мал. 129

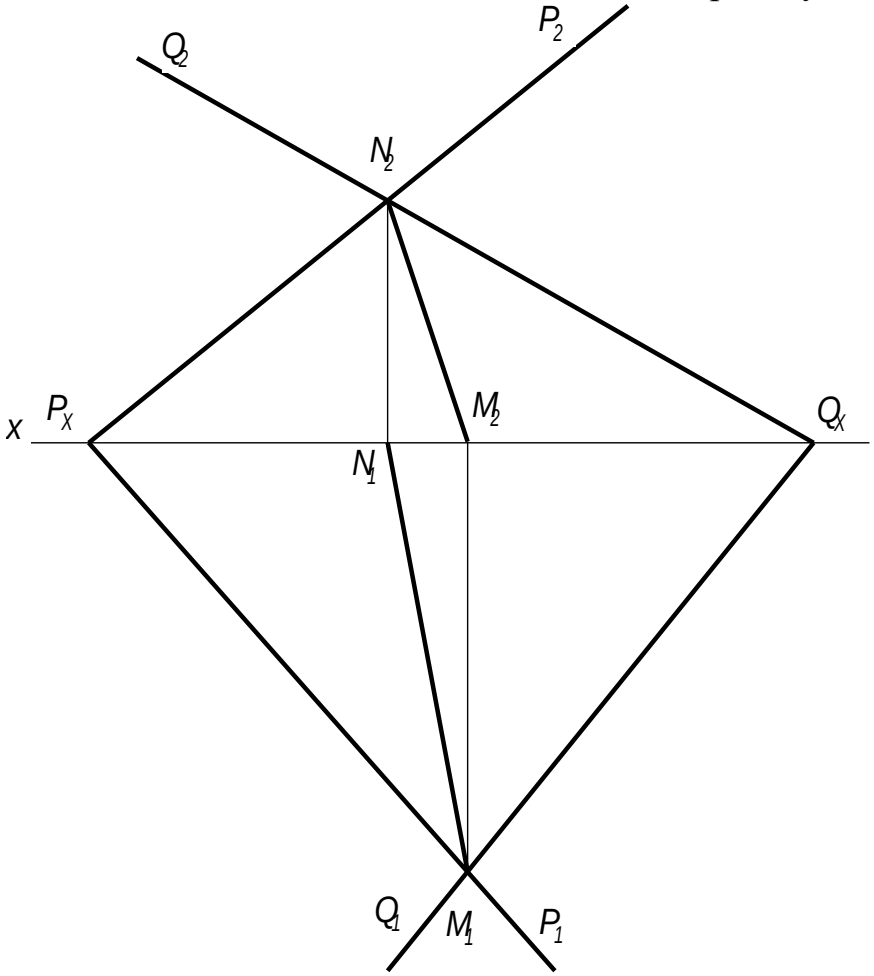
Тепер розглянемо загальний випадок побудови лінії перетину двох площин Нехай одна із площин (P) задана двома прямими, що перегинаються, а друга (Q) - двома паралельними прямими. Побудова показана на мал. 130. Внаслідок взаємного перетину площин P і Q отримана пряма MN.



Мал. 130

Для визначення положення точок M і N візьмемо дві допоміжні фронтально - проектуючі площини T і S, які перетинають кожну із площин P і Q. При перетині площин P і Q площиною T, отримаємо прямі (I - II) і (III - IV). Ці прямі знаходяться в площині T і своїм перетином визначають першу точку M, лінії перетину площин P і Q. Аналогічно проводимо площину S, яка перетинає площини P і Q по прямих (V - VI) і (VII - VIII). Ці прямі знаходяться в площині S і своїм перетином визначають другу точку N. лінії перетину площин P і Q.

Якщо площини задані їх слідами на площинах проекцій, то шукати точки, які визначають пряму перетину площин, необхідно в точках перетину однойменних слідів площин (мал. 131): пряма, яка проходить через ці точки, являється спільною для обох площин, тобто лінією їх перетину.



Мал. 131

Точки перетину однойменних слідів площин являють собою сліди лінії перетину цих площин; тому для побудови проекції лінії перегину площин H і Q (мал. 131) достатньо:

1.Знайти точку M_1 в перетині слідів P_1 і Q_1 і точку N_2 в перетині P_2 і Q_2, а по ним проекції M_2 і N_1;

2. Провести прямі лінії через однойменні проекції найдених двох слідів шуканої лінії перетину площин P і Q.

Перетин прямої лінії з площиною загального положення

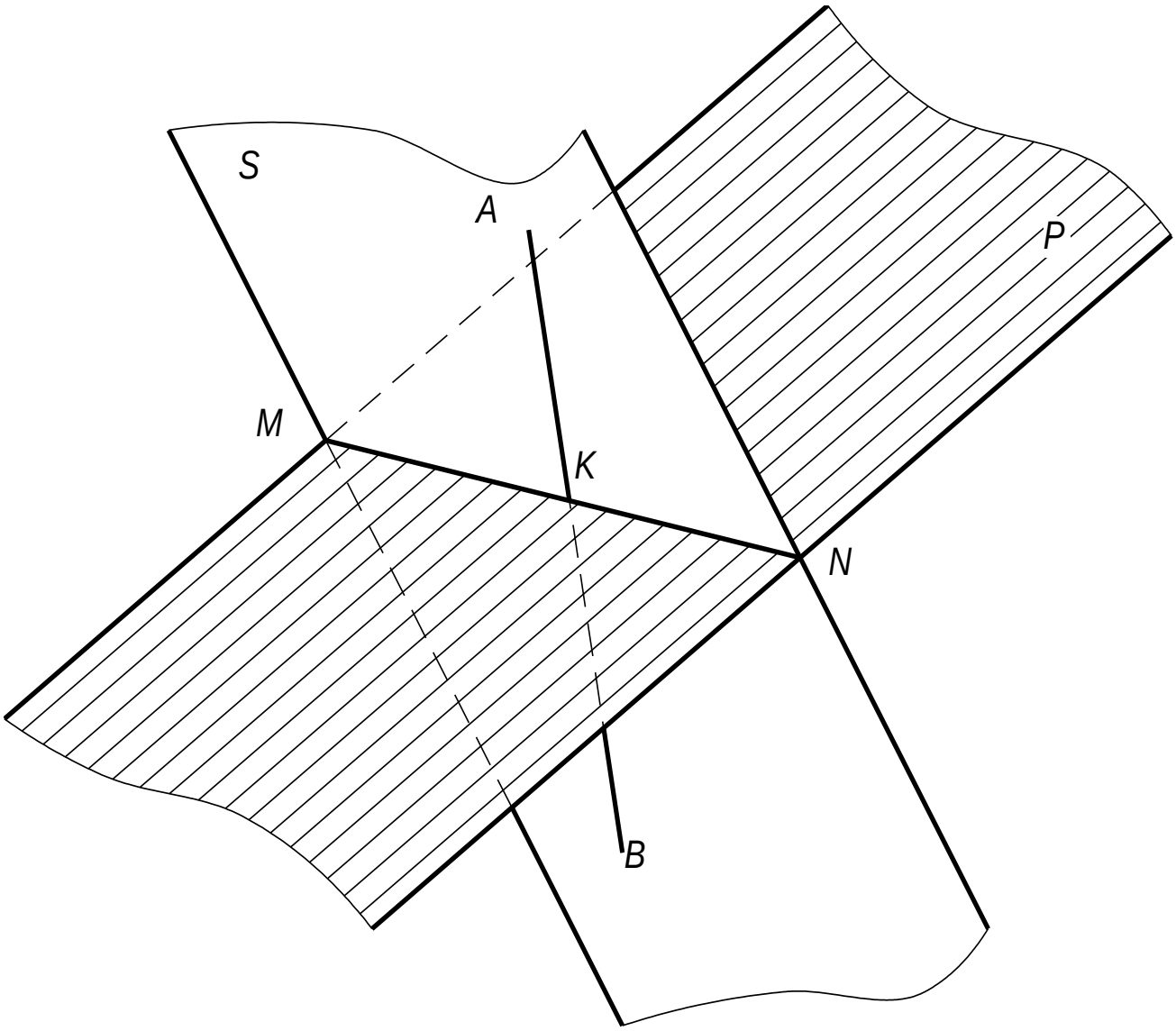
Для побудови лінії перетину двох площин по точках перетину прямих ліній з площиною необхідно знати, як знайти точку перетину прямої лінії з площиною.

Для побудови точки перетину прямої з площиною загального положення треба виконати наступне (мал. 132):

1.Через задану пряму(АВ) провести допоміжну площину (S);

2. Побудувати пряму (MN) перетину заданої площини (Р) з допоміжною площиною (S);

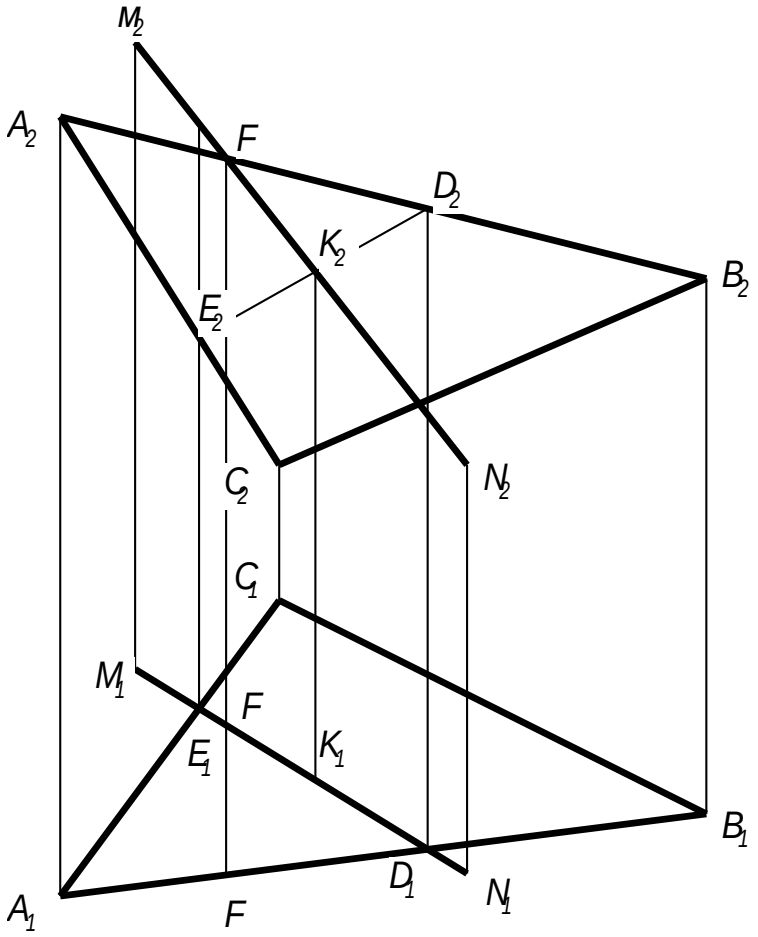
3. Визначити знаходження точки (К) перетину заданої прямої (АВ) з побудованою прямою (MN) перегину заданої площини (Р) з допоміжною (S).



Мал. 132

На мал. 133 показана побудова точки перетину прямої MN з площиною, заданою трикутником АВС.

Через пряму проведена допоміжна горизонтально - проектуюча площина S, яка перегинає трикутник по відрізку E_1D_1. Знаходимо фронтальну проекцію лінії перетину трикутника АВС площиною S (E_2D_2). Знаходимо точку $К_2$, в якій перетинаються фронтальна проекція прямої M_2N_2 з фронтальною проекцією E_2D_2. Після цього знаходимо горизонтальну проекцію точки перетину прямої MN з площиною трикутника АВС ($К_1$).



Мал. 133

Обмежимо площину контуром трикутника АВС, визначимо видимі і невидимі частини прямої MN відносно площин проекцій $П_1$ і $П_2$..

В точці E_1 на площині П суміщаються горизонтальні проекції двох точок, з яких одна належить прямі а друга стороні трикутника АС.

Із розміщення фронтальних проекцій цих точок видно, що на дільниці МК пряма знаходиться над трикутником і, звісно, на горизонтальні проекції відрізок $M_1К_1$ видимий, а відрізок $К_1D_1$ - невидимий.

На фронтальні проекції в точці F_2 суміщаються фронтальні проекції двох точок, з яких одна належить прямі МК, а друга - стороні трикутника АВ. Із розміщення горизонтальних проекцій цих точок видно, що на дільниці МК пряма MN знаходиться за трикутником і, звісно, на фронтальні проекції відрізок F_2K_2 невидимий, а відрізок K_2N_2 - видимий.

Побудова лінії перетину двох площин по точках перетину прямих ліній з площиною

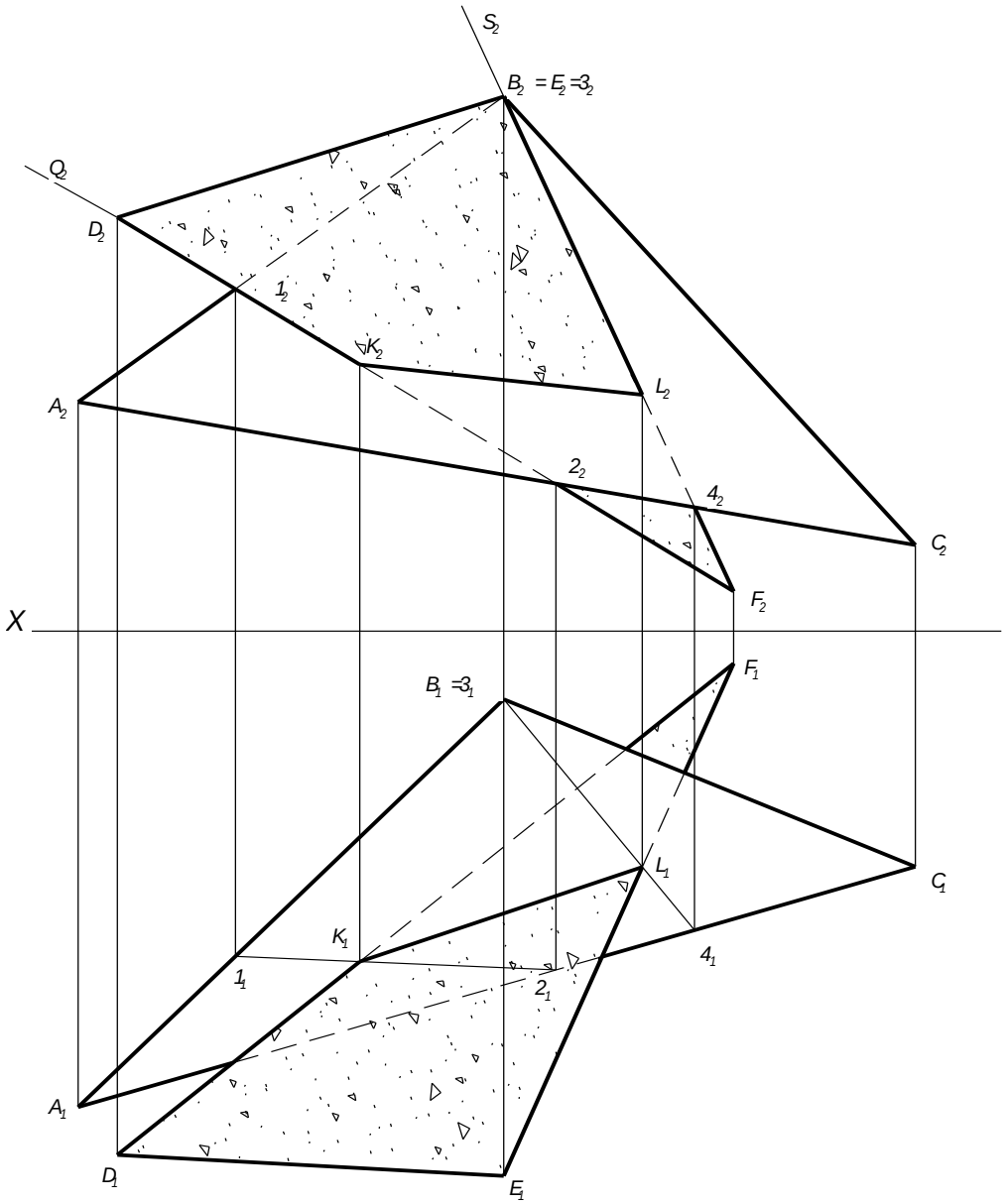
Цей спосіб заключається тому, що знаходять точки перетину двох прямих, які належать одній із площин, з другою площиною. Значить треба уміти будувати точку перетину прямої лінії з площиною загального положення, про що говорилось вище.

На рис. 134 показана побудова лінії перетину двох площин загального положення, заданих трикутниками ABC і DEF.

Порядок побудови наступний:

1. Через пряму DF (D_2F_2) проводимо допоміжну фронтально-проектуючу площину Q (Q_2) (мал. 134).

2. Знаходимо лінію перетину трикутника ABC цією площиною (1_22_2, 1_12_1).



Мал. 134

3. Знаходимо точку К ($К_1$, $К_2$) перетину прямої DF з трикутником ABC (перетин відрізка $1_1 2_1$ з відрізком D_1F_1) (мал. 134).

4.Через пряму EF (E_2F_2) проводимо допоміжну фронтально -проектуючу площину S (S_2) (мал. 134).

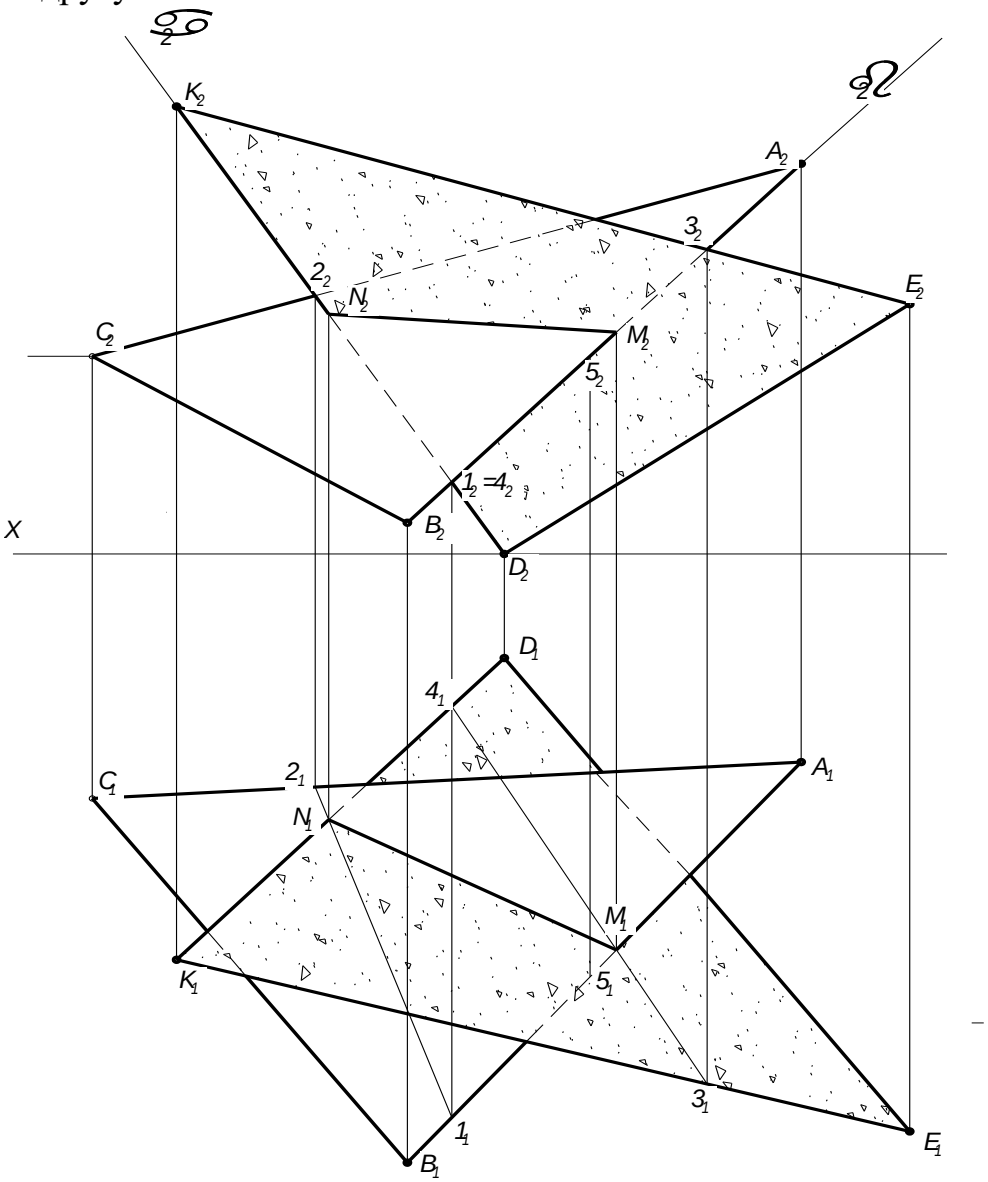
5.Знаходимо лінію перетину трикутника ABC цією площиною ($3_2 4_2$), ($3_1 4_1$).

6.Знаходимо точку L (L_1, L_2) перетину прямої EF з трикутником ABC (перетин відрізка $3_1 4_1$ з відрізком E_1F_1) (мал.134).

7. Знайдені однойменні проекції точок К ($К_1$, $К_2$) і L (L_1, L_2) з'єднайте між собою. Відрізки K_1L_1 і K_2L_2 будуть являтися проекціями лінії перетину KL площин заданих трикутниками ABC і DEF (мал. 134).

Видимість визначте на основі тих же міркувань, які мали місце в прикладі, розглянутому на мал. 133.

На прикладі, показаному на мал. 134, трикутник DEF повністю перетинає трикутник ABC. Часто спостерігаються випадки часткового перетину двох площин, тому в наступному прикладі показане часткове врізання однієї поверхні в другу.



Мал. 135

На мал. 135 показано дві площини, які перетинаються по прямі MN. Площини задані двома трикутниками ABC і DEF. Один трикутник частково входить в прорізь другого.

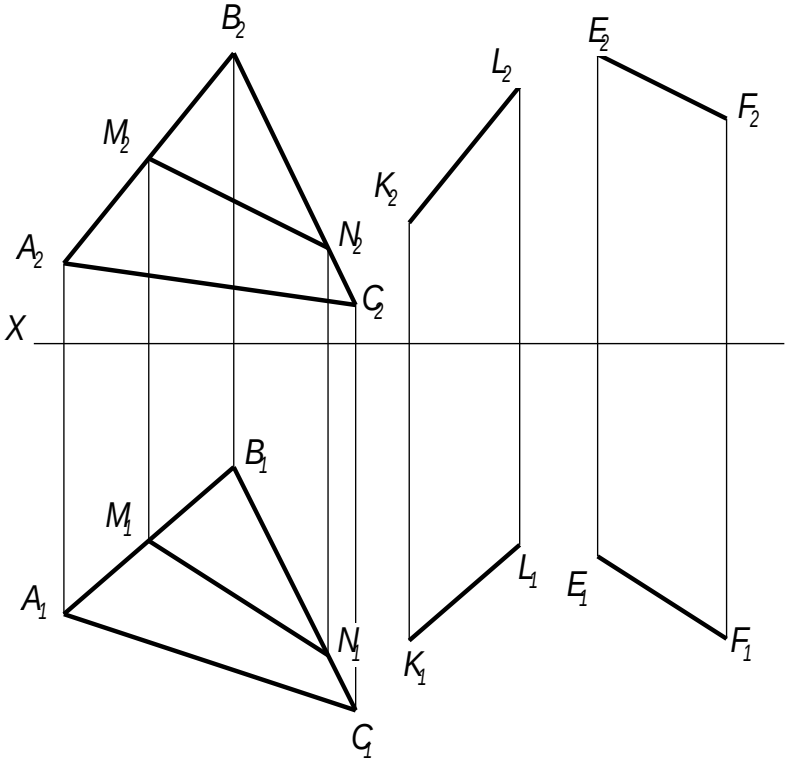
Для знаходження лінії перетину MN необхідно виконати також побудови, як і в прикладі приведеному раніш на мал.134.

Для знаходження точки M через пряму DF проводимо фронтально - проектуючу площину Q ((Q_2)), а для знаходження точки N через пряму AC проводимо фронтально - проектуючу площину S (S_2) (мал. 135).

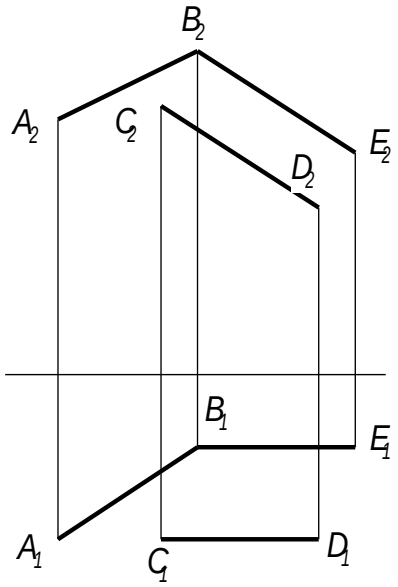
Побудова проекцій точок M_1, M_2, N_1, N_2 нічим не відрізняється від таких же побудов, показаних в раніш приведеному прикладі (мал. 133, мал. 134).

Побудова прямої лінії і площини, паралельних між собою

Коли пряма, паралельна якій не будь прямій, розміщеній на площині, то вона паралельна самій площині. Отже, якщо через точку в просторі треба провести пряму, паралельну площині, то спочатку в цій площині намічають яку не будь пряму, а потім через дану точку проводять другу пряму, паралельно першій. На мал. 136 через точки K і E проведені прямі, паралельні площині трикутника ABC. У першому випадку пряма KL паралельна стороні трикутника AB ($K_1L_1 \parallel A_1B_1$, $K_2L_2 \parallel A_2B_2$), а в другому пряма EF паралельна довільній прямій MN, що належить трикутнику.



Мал. 136



Мал. 137

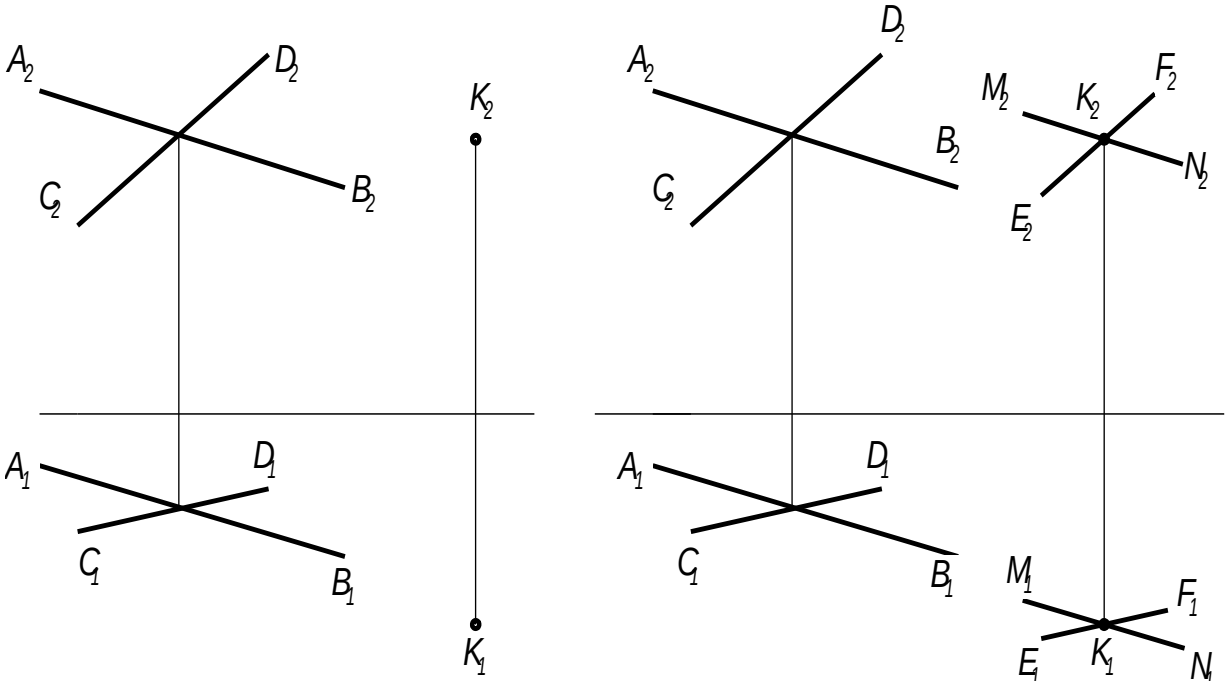
На мал. 137 через пряму AB проведена площина, паралельна прямій CD.

Якщо через одну із двох мимобіжних прямих необхідно провести площину, паралельну другій із цих прямих, то задача має єдине рішення. Через точку В проведена допоміжна пряма, паралельна прямій CD; прямі AB і BE визначають площину, паралельну прямій CD.

Паралельні площини

Площини паралельні, якщо дві пересічні прямі однієї з них відповідно паралельні двом пересічним прямим другої.

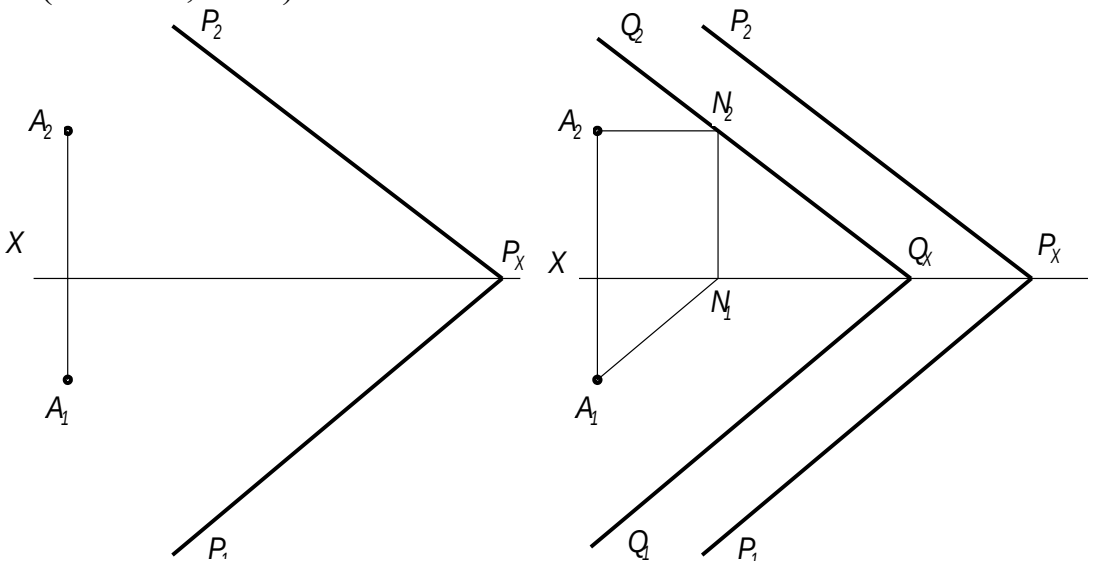
Приклад 1. Через точку К провести площину, паралельну площині заданій двома пересічними прямими AB і CD (мал. 138).



Мал. 138

Через точку К проводимо прямі MN і EF, відповідно паралельні прямим AB і CD, цим самим ми визначаємо деяку площину, якій належать ці прямі. Ця площина паралельна заданій площині.

Приклад 2. Через точку А провести площину, паралельну заданій площині Р (мал. 139, зліва).



Мал. 139

Так як площини повинні бути паралельні між собою, то через точку А проводимо горизонталь шуканої площини паралельно сліду P_1 (мал. 139, справа).

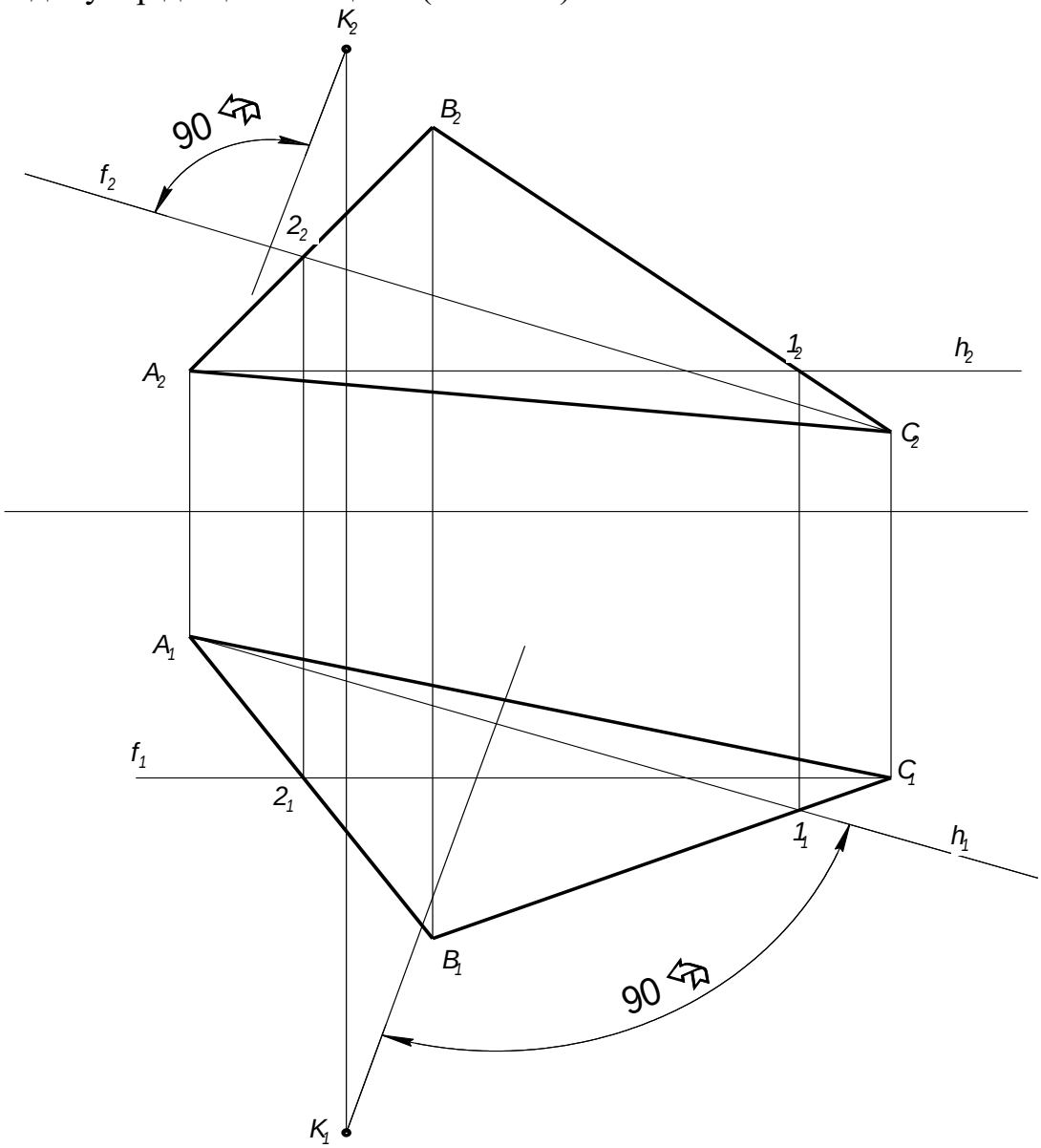
Дальше будуємо фронтальний слід горизонталі, проводимо через точку N_2 слід Q_2 паралельно сліду P_2, і через точку Q_x отриману на осі X, проводимо слід Q_1 паралельно сліду P_1.

Побудова прямої перпендикулярної до площини

Пряма перпендикулярна площині, якщо її горизонтальна проекція перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронтальної проекції фронталі.

Якщо площина задана слідами то, пряма перпендикулярна до неї коли її горизонтальна проекція перпендикулярна до горизонтального сліду площини, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронтального сліду.

Приклад 1. Задана площина трикутником АВС. З точки К провести перпендикуляр до цієї площини (мал. 140).

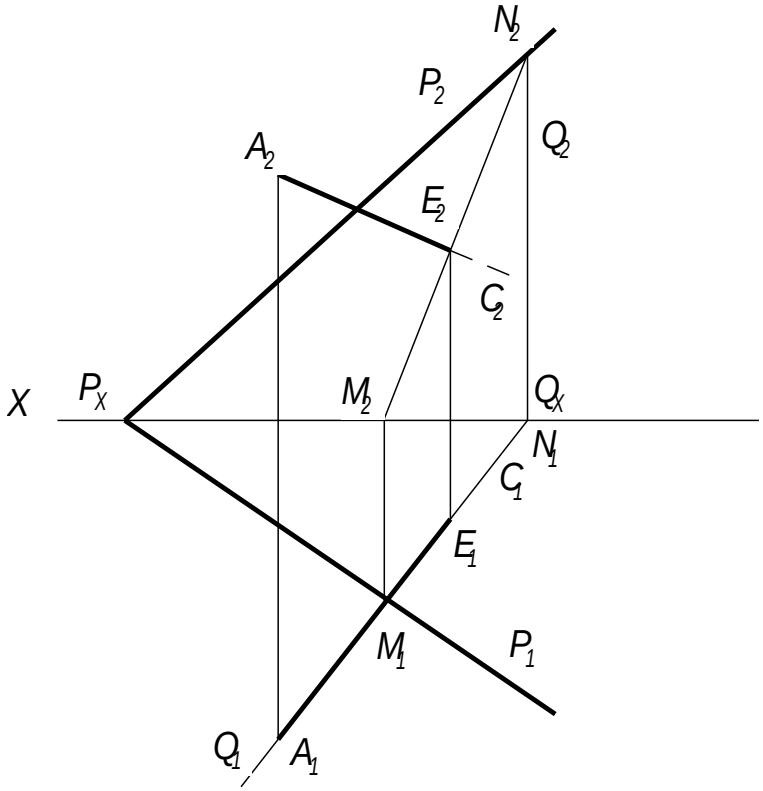


Мал. 140

Проводимо горизонталь (h_2, h_1) і фронталь (f_1, f_2) трикутника АВС. З точки $К_1$ проводимо перпендикуляр до горизонтальної проекції горизонталі (h_1), який буде являтись горизонтальною проекцією шуканого перпендикуляра.

З точки $К_2$ проводимо перпендикуляр до фронтальної проекції фронталі (f_2), який буде являтись фронтальною проекцією шуканого перпендикуляра.

Приклад 2. З точки А опустити перпендикуляр на площину Р, задану слідами і знайти точку їх перетину (мал.141).



Мал. 141

Для того щоб провести перпендикуляр до площини, достатньо з точки $А_1$ провести пряму перпендикулярну до $Р_1$ а з точки $А_2$ пряму перпендикулярну до $Р_2$. Ці прямі будуть проекціями прямої перпендикулярної до площини Р. Для знаходження точки перетину прямої з площиною Р проведемо через пряму допоміжну площину Q, перпендикулярну до $П_1$ і знайдемо лінію перетину площин Р і Q. (MN). Точка перетину перпендикуляра з прямою MN ($Е_2$, $Е_1$) являється точкою перетину перпендикуляра з площиною Р.

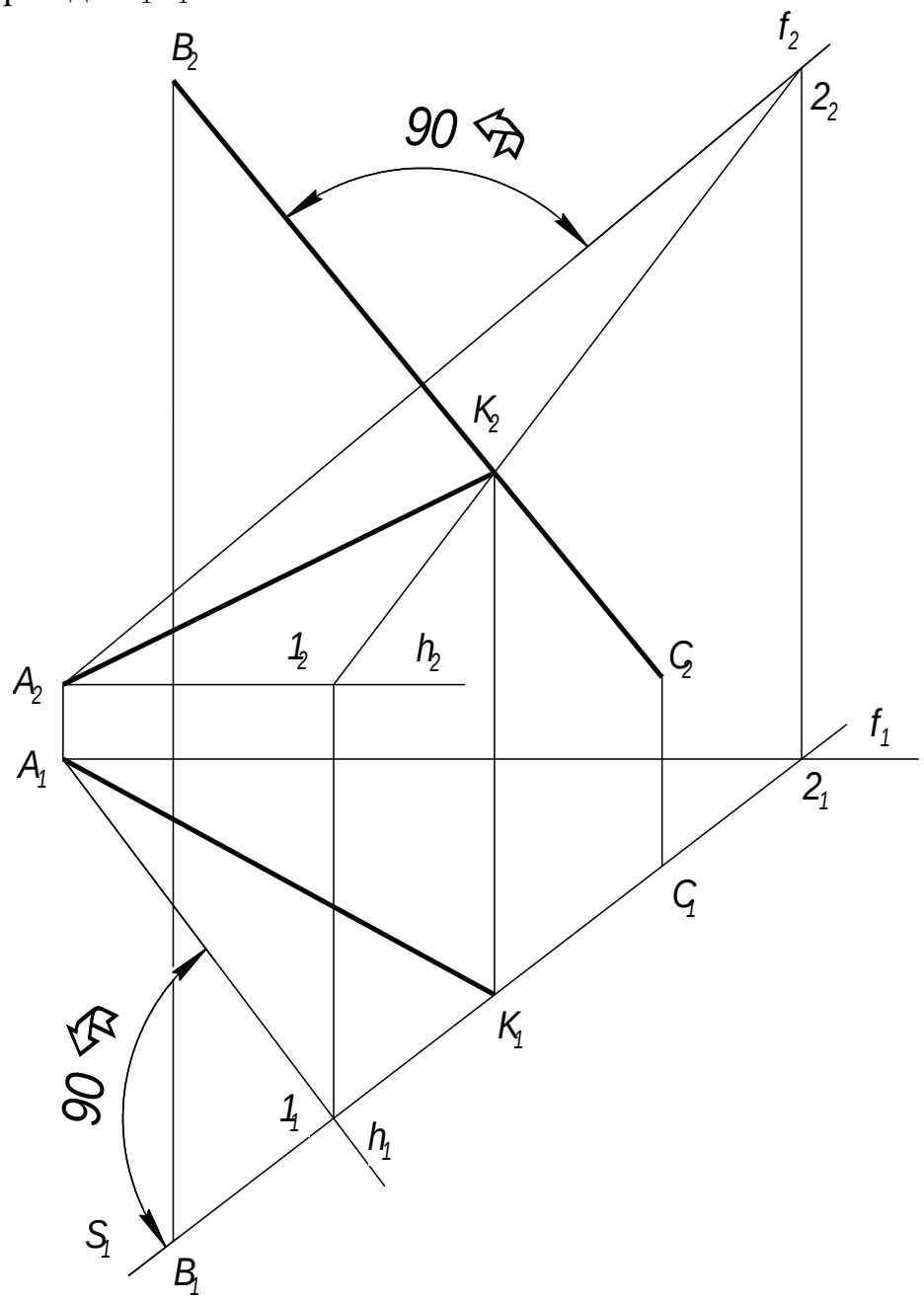
Побудова взаємно перпендикулярних прямих

Побудова основана на тому, що перпендикуляр до площини являється перпендикуляром до кожної прямої, проведеної в цій площині. Тому можна намітити такий план рішення цієї задачі:

1. Через точку А проводимо площину Q, перпендикулярну до ВС.
2. Визначаємо точку К перетину прямої ВС з площиною Q.
3. З’єднаємо точки А і К відрізком прямої лінії.

Прямі АК і ВС будуть взаємно перпендикулярні.

Приклад побудови показаний на рис. 142. Через точку А проводимо площину Q, перпендикулярну до ВС. Це зроблено за допомогою фронталі, фронтальна проекція f_2 якої проведена перпендикулярно до фронтальної проекції B_2C_2 і горизонталі, горизонтальна проекція якої проведена перпендикулярно до B_1C_1.



Мал. 142

Далі визначаємо точку К, в якій пряма ВС перетинає площину Q. Через пряму ВС проводимо горизонтально - проектуючу площину S (S_1). Ця площина перетинає площину, проведену через точку А перпендикулярно до ВС, по прямій з проекціями 1_2-2_2 і 1_1 - 2_1. В перетині цієї прямої з прямою ВС визначається точка К. Пряма АК являється перпендикулярною до ВС. Дійсно, пряма АК перетинає пряму ВС і знаходиться в площині перпендикулярній до прямої ВС; значить АК⊥ВС.

Побудова взаємно перпендикулярних площин

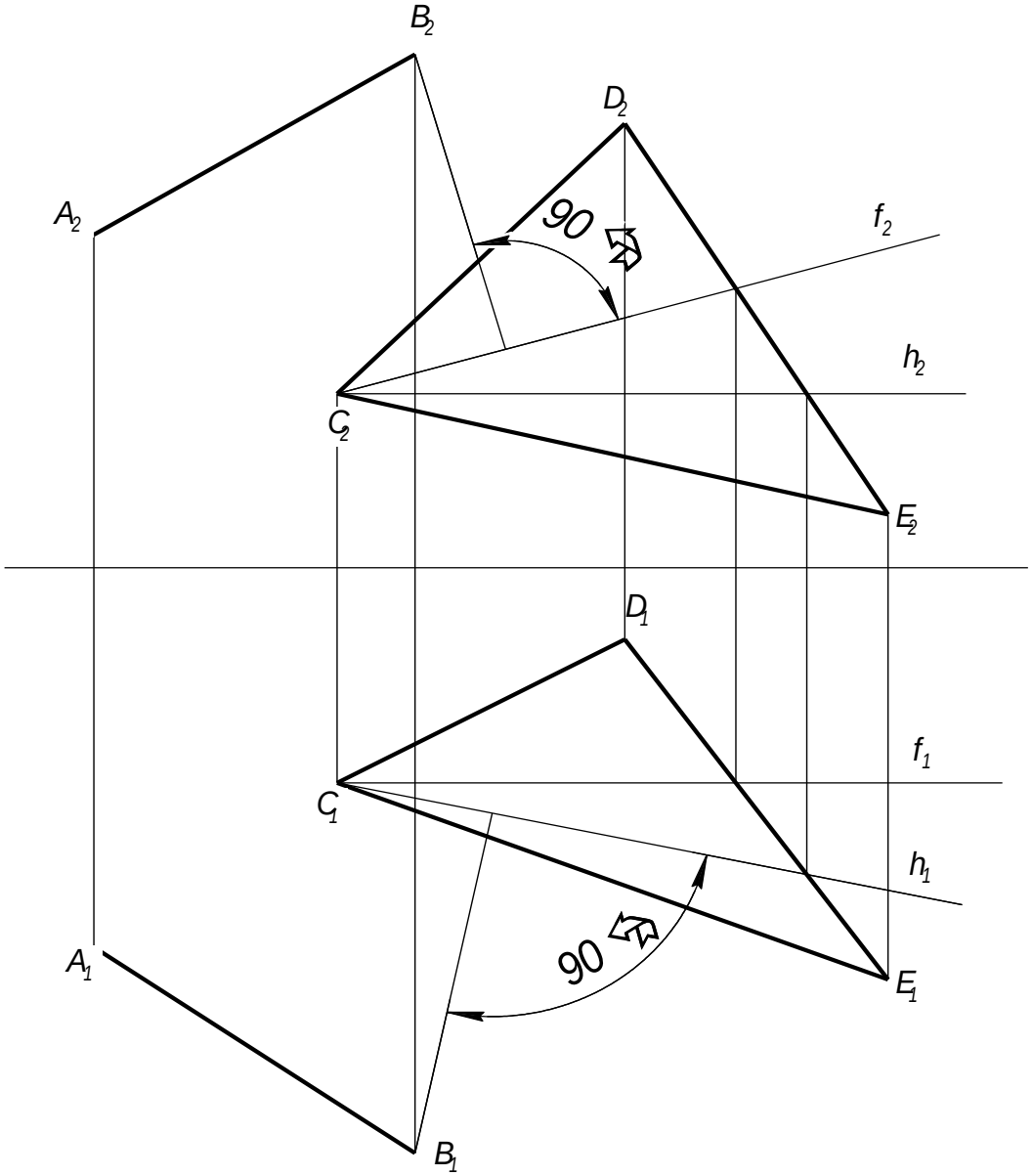
Побудова площини Q, перпендикулярної до площини P, може бути зроблено двома шляхами:

1) площина Q проводиться через пряму, перпендикулярну до площини P;

2) площина Q проводиться перпендикулярно до прямої, яка лежить в площині P або паралельна цій площині.

Для отримання одного рішення цієї задачі необхідні додаткові умови.

Приклад 1. Через пряму AB провести площину, перпендикулярну до площини, задану трикутником CDE (мал.143)



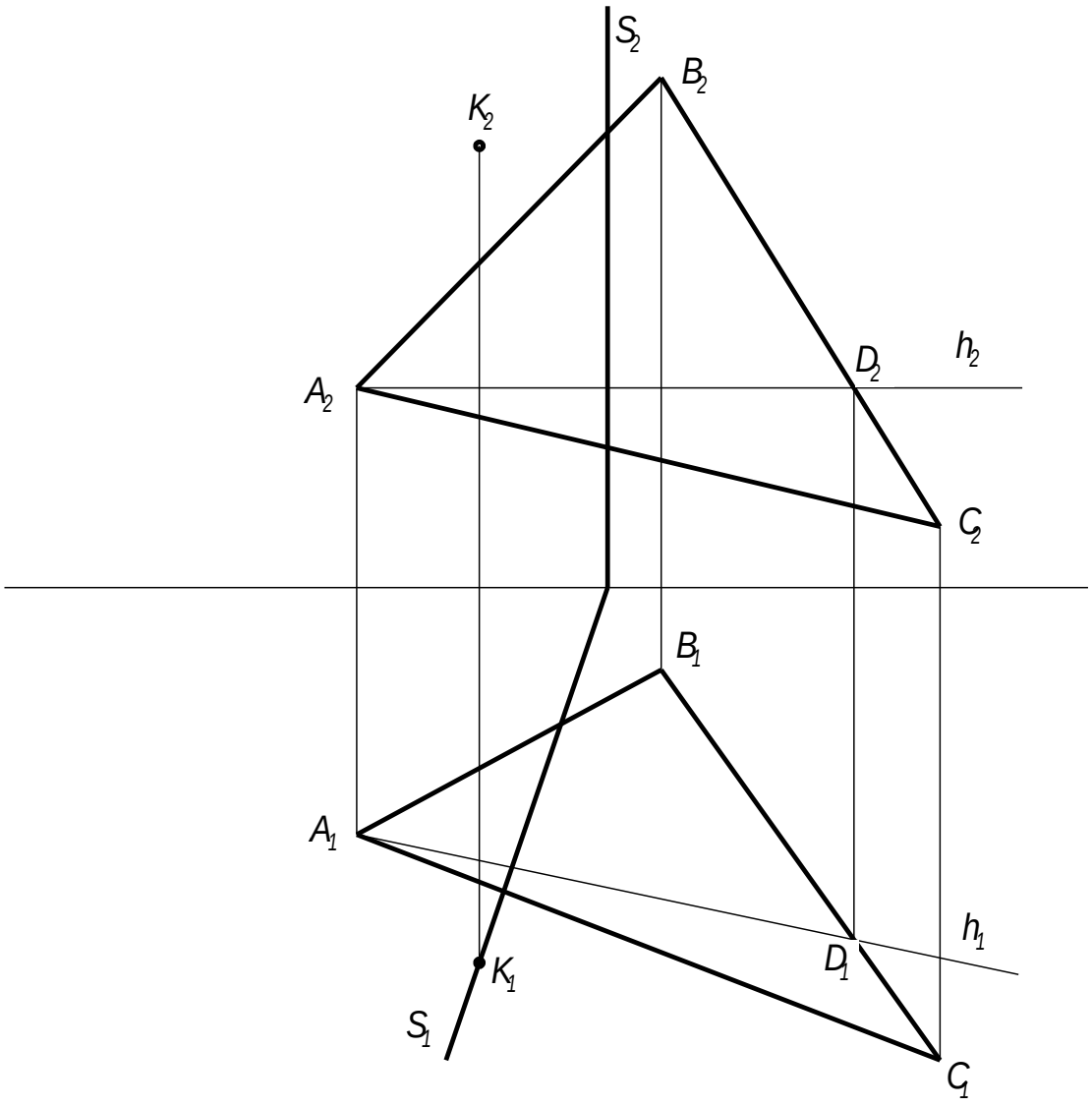
Мал. 143

Достатньо з якої не будь точки прямої AB провести перпендикуляр до CBE.

На кресленні такий перпендикуляр проведений з точки B; фронтальна проекція цього перпендикуляра (B_2F_2) проведена перпендикулярно до фронтальної проекції фронталі (C_22_2), а горизонтальна проекція перпендикуляра (B_1F_1) - перпендикулярно до горизонтальної проекції горизонталі C_11_1. Прямі AB і BF визначають шукану площину.

Приклад 2. Через точку К (мал. 144) провести площину перпендикулярну до площини $П_1$ і до площини, заданої трикутником АВС.

Проводимо горизонталь h і перпендикулярно до неї через точку К проводимо горизонтально - проектуючу площину S. Ця площина, перпендикулярна до прямої в площині трикутника АВС, перпендикулярна і до самої площини.

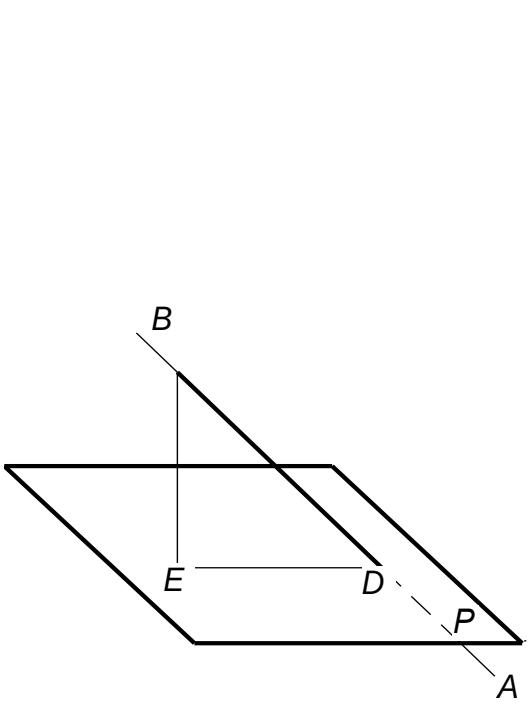


Мал.144

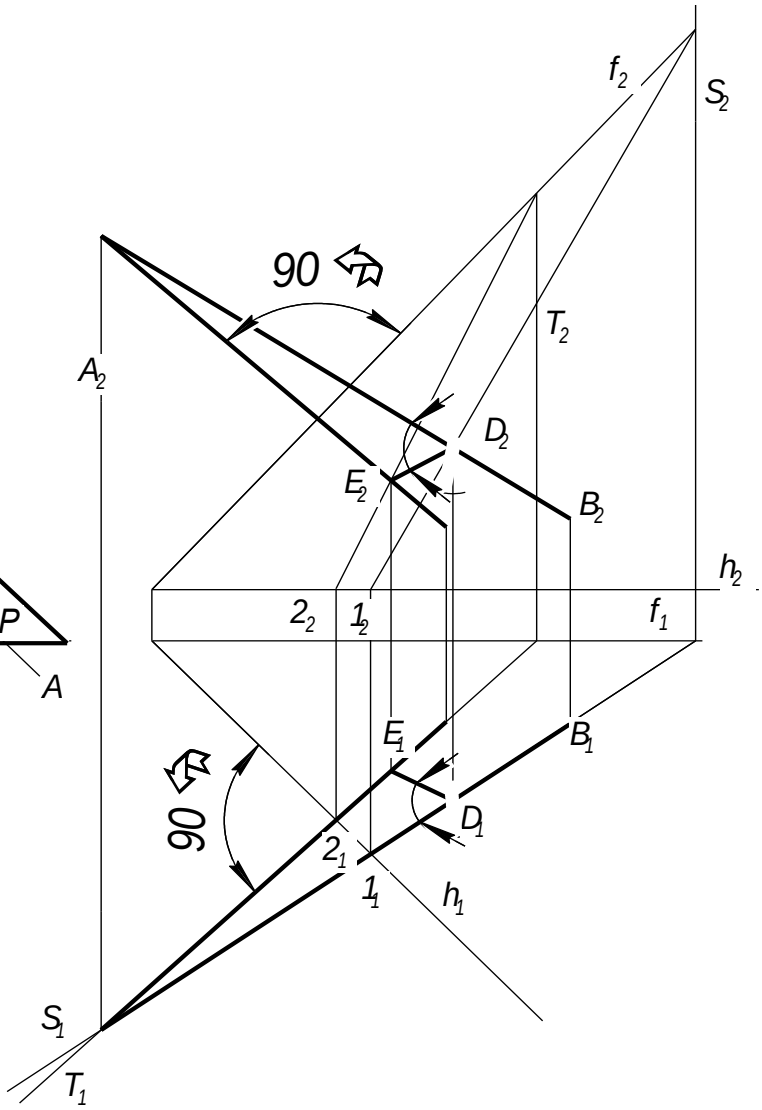
Проекція кута між прямою і площиною

Якщо пряма не перпендикулярна до площини, то кутом між прямою і площиною називають кут між цією прямою і її проекцією на цю площину.

На мал. 145 зображена пряма АВ, яка перетинає площину Р в точці D, кут α утворений відрізком BD, заданої прямої і проекцією ED цього відрізка на площину Р. Побудову проекції кута між прямою АВ і деякою площиною Р проводимо в наступному порядку (площина Р задана її горизонталлю і фронталлю - мал. 146):



Мал. 145



Мал. 146

1) знайдено точку D перетину прямої AB з площиною P, для чого через AB проведена допоміжна горизонтально - проектуюча площина S;

2) з точки A проведено перпендикуляр до площини P:

3) знайдена точка E перетину цього перпендикуляра з площиною P, для чого через нього проведена допоміжна горизонтально - проектуюча площина T;

4) через точки D_2 і E_2, D_1 і E_1 проведені прямі, які визначають проекції прямої AB на площину P.

Кут $A_2D_2E_2$ являє собою фронтальну проекцію кута між прямою AB і площиною P, а кут $A_1D_1E_1$ - горизонтальну проекцію цього кута.

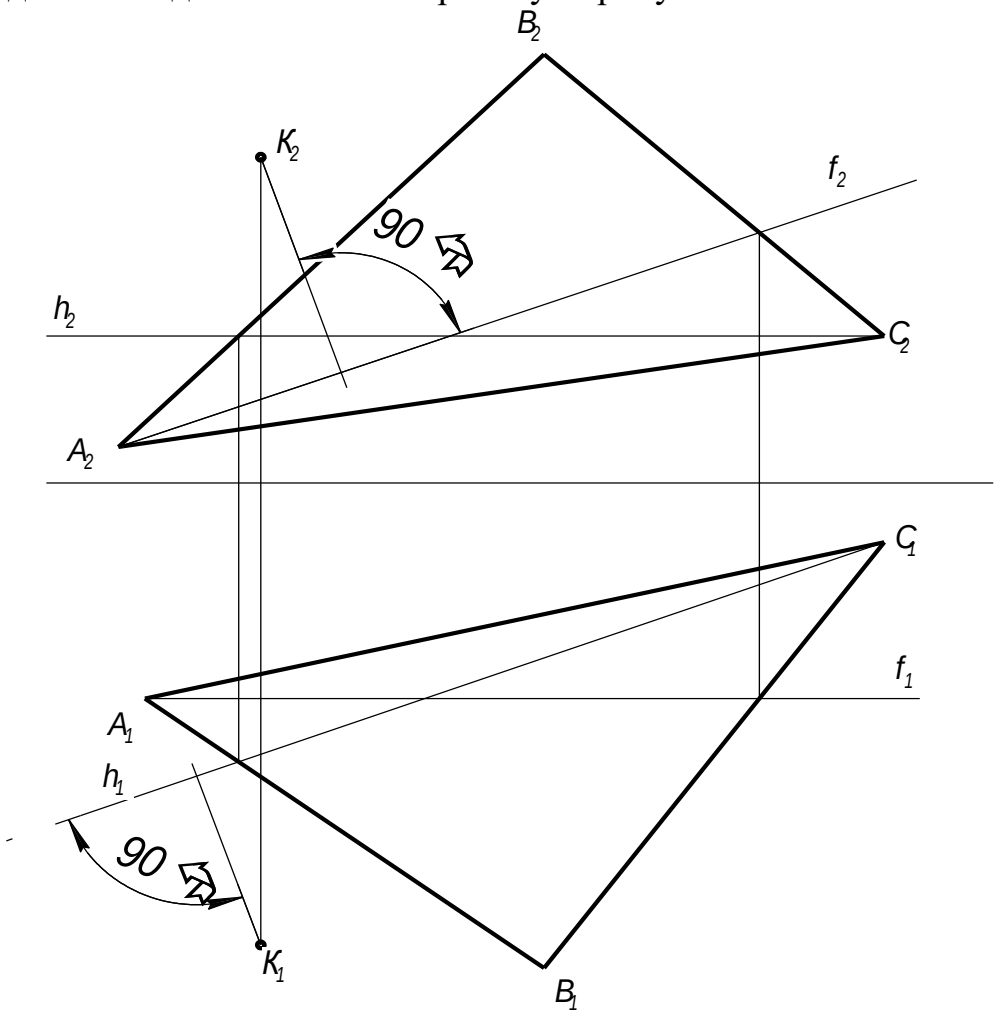
Визначення відстані від точки до площини, заданої трикутником

Для визначення відстані від точки K до площини намічаємо наступний план рішення задачі;

1. З точки K проводимо перпендикуляр до площини ABC;

2. Знаходимо точку перетину цього перпендикуляра з трикутником ABC;

3. Знаходимо натуральну величину перпендикуляра, визначеного відрізком від точки К до точки його перетину з трикутником АВС.



Мал. 147

З курсу нарисної геометрії ми знаємо, якщо пряма перпендикулярна до площини, то її горизонтальна проекція перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі площини, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронтальної проекції фронталі площини (мал. 147).

Порядок виконання геометричних побудов задачі:

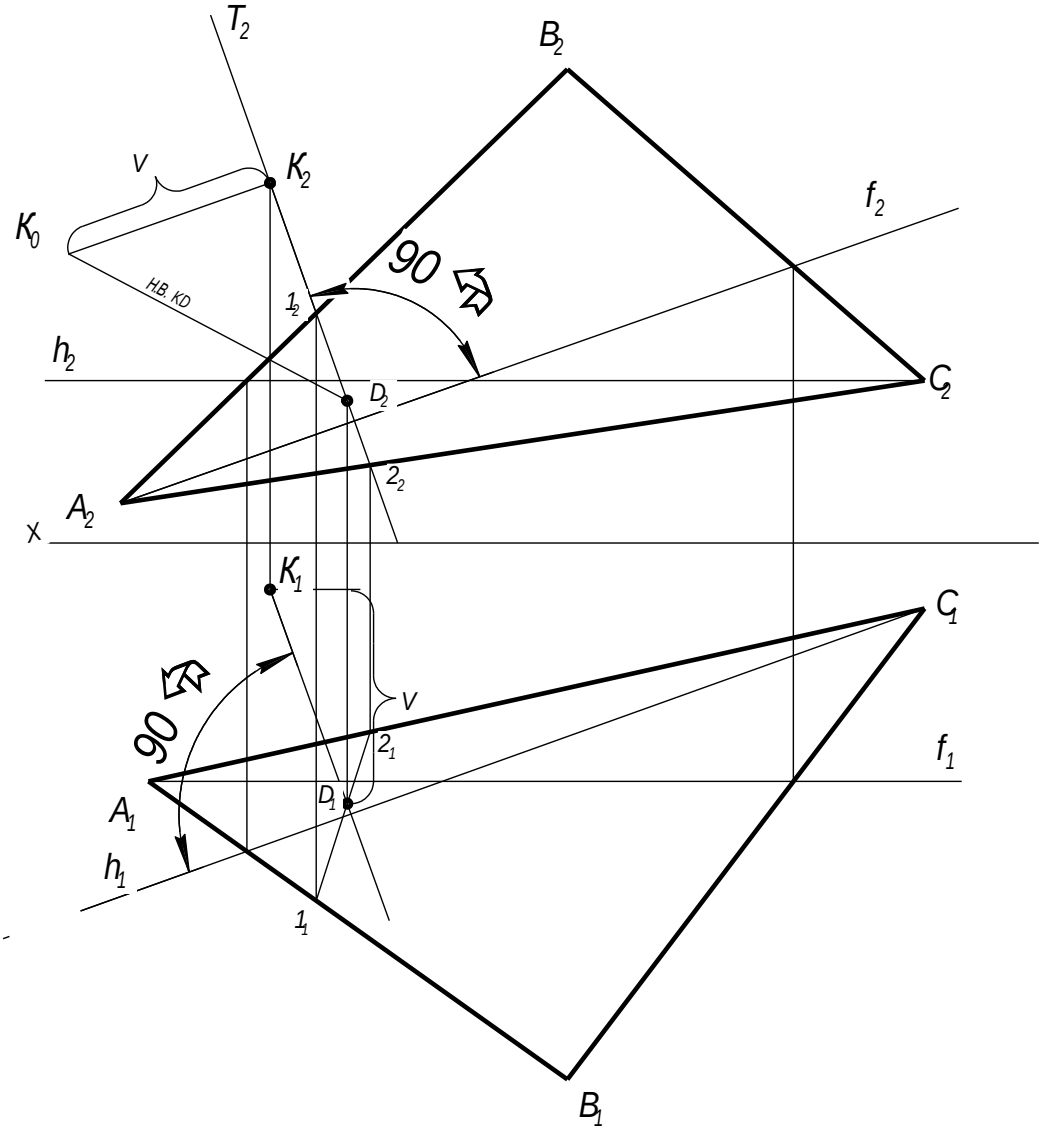
1. Проводимо горизонталь трикутника (h_2, h_1), далі проводимо фроиталь трикутника (f_1, f_2). Спочатку проводимо ті проекції, які записані в дужках перші. Побудова горизонталі і фронталі трикутника АВС показана на мал. 148.

2. З точки К проводимо перпендикуляр до площини трикутника АВС; для цього з точки $К_1$ проводимо пряму перпендикулярну до h_1, а з точки $К_2$ проводимо пряму перпендикулярну до f_2. (мал.. 148).

3. Находимо точку перетину перпендикуляра з площиною трикутника АВС, для чого (рис. 148):

- через перпендикуляр проводимо фронтально - проектуючу площину (фронтальна проекція перпендикуляра збігається з фронтальним слідом цієї площини Т ($Т_2$);
- находимо лінію перетину допоміжної фронтально -проектуючої площини з трикутником АВС ($1_2 2_2$, $1_1 2_1$);

- находимо точку перетину перпендикуляра з лінією 12 (D_1, D_2). Знайдена точка D буде являтись точкою перетину перпендикуляра проведеного з точки К з трикутником АВС.



Мал. 148

4. Знаходимо натуральну величину відрізка KD способом прямокутного трикутника, для чого (мал. 148):

- з точки K_2 проводимо пряму перпендикулярну до відрізка K_2D_2;

- на горизонтальній проекції заміряємо відрізок, який рівняється різниці координат Y точок К і D (на креслені позначений V);

- цей відрізок відкладаємо від точки K_2 на перпендикулярі до K_2D_2 (отримаємо точку Ко);

- точку Ко з'єднуємо з точкою D_2.

Отриманий відрізок K_oD_2 буде являтись натуральною величиною відрізка KD, тобто визначає відстань від точки К до трикутника АВС (мал. 148).

Тема 2.3. Способи перетворення проекцій

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами графічних побудов на площині просторових задач, навчитись аналізувати поставлену задачу і складати план її виконання.

Виховна мета: .Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, монтувати необхідність в отриманні знань по цій темі, викликані інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Спосіб обертання. Основи способу обертання.
2. Знаходження натуральної величини відрізка прямої лінії і кута нахилу її до площини проекцій,
3. Спосіб обертання в якому положення осі обертання не вказується (плоско - паралельне переміщення).
4. Обертання плоскої фігури навколо її горизонталі.
5. Обертання площини навколо одного із її слідів до суміщення з площиною проекцій.
6. Спосіб заміни площин проекцій.
7. Заміна двох площин проекцій.

Література

1. Арустамов Х А Сборник задач по начертательной геометрии. М, 1965
2. БоголюбовС. К Индивидуальніе *задания* по курсу черчения. М, 1989
3. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии. М, 1958
4. Хаскин А. М. Креслення, К, 1972

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної роботи по дисципліні “Нарисна геометрія, інженерна та комп’ютерна графіка”
2. Методичні посібники для виконання практичних робіт.
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних робіт.
5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен:

Знати:

- методику застосування способу обертання для знаходження натуральної величини відрізка прямої, плоскої фігури, кута;
- методику застосування способу плоско - паралельного переміщення для знаходження натуральної величини відрізка прямої, плоскої фігури, кута;
- методику застосування способу обертання навколо горизонталі для знаходження натуральної величини плоскої фігури. кута;

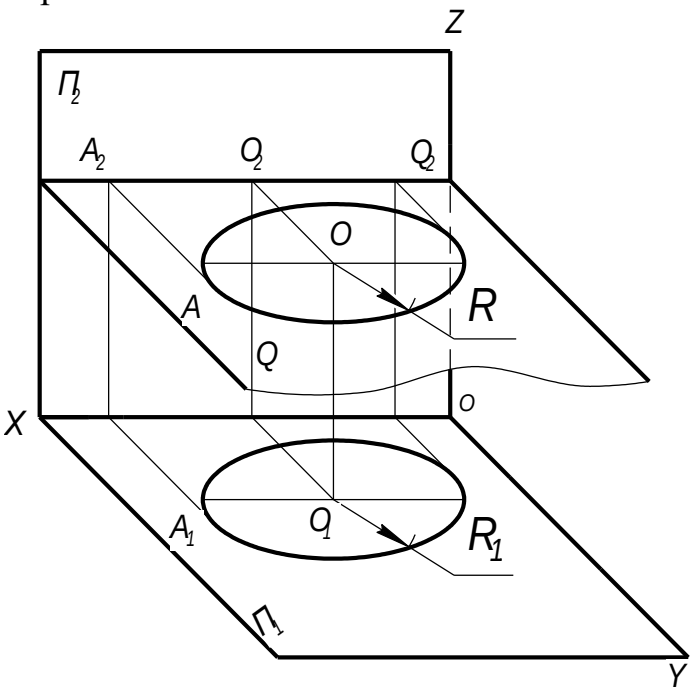
- методику застосування способу обертання площини навколо одного із її слідів для знаходження натуральної величини відрізка прямої, плоскої фігури, кута,
- методику застосування способу заміни площин проекцій для знаходження натуральної величини відрізка прямої, плоскої фігури, кута.

Уміти:
- знаходите натуральну величину відрізка прямої, плоскої фігури застосовуючи спосіб обертання;
- знаходити натуральну величину відрізка прямої, плоскої фігури застосовуючи спосіб плоско - паралельного переміщення,
- знаходити натуральну величину плоскої фігури застосовуючи спосіб обертання навколо и горизонталі:,
- знаходити натуральну величину відрізка прямої, плоскої *фіг*ури застосовуючи спосіб обертання площини навколо одного із її слідів;
- знаходити натуральну величину відрізка прямої, плоскої фігури, рішенні метричних задач застосовуючи спосіб заміни площин проекцій.

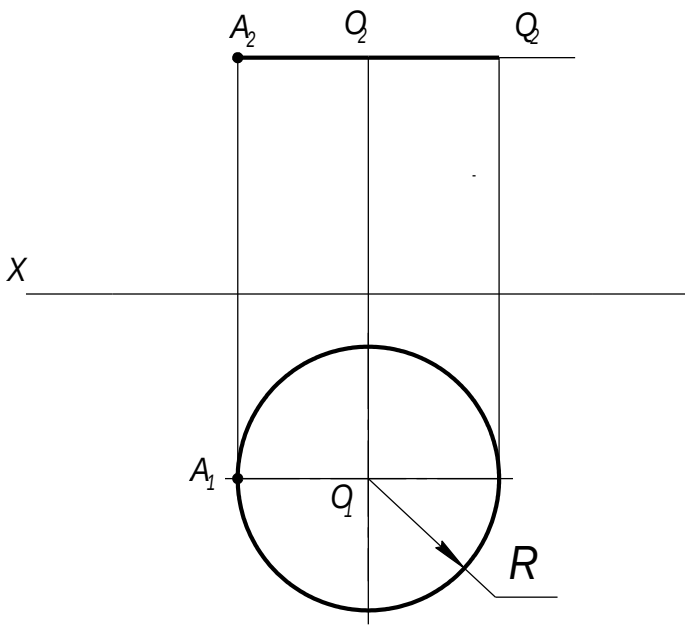
Перетворення проекцій
Спосіб обертання
Основи способу обертання

При обертанні навколо деякої нерухомої осі (вісь обертання) кожна точка фігури, яка обертається, переміщується в площині, перпендикулярній осі обертання. Точка переміщається по колу, центр якого знаходиться в точці перетину осі з площиною обертання, а радіус обертання рівний відстані від точки, яка обертається до центра обертання.

Нехай точка А обертається навколо осі, перпендикулярної до площини проекцій $П_1$ (мал. 149). Через точку А проведена площина Q, перпендикулярна до осі обертання. При обертанні точка А описує в площині Q коло радіусом R. Коло, яке описує точка А, проектується на площину $П_1$ без спотворення. Так як площина Q, в якій розміщена це коло, є площина перпендикулярна до $П_2$, то проекція точок кола на площину $П_2$ розмістяться на сліді Q_2, тобто на прямі паралельній осі X.



Мал. 149



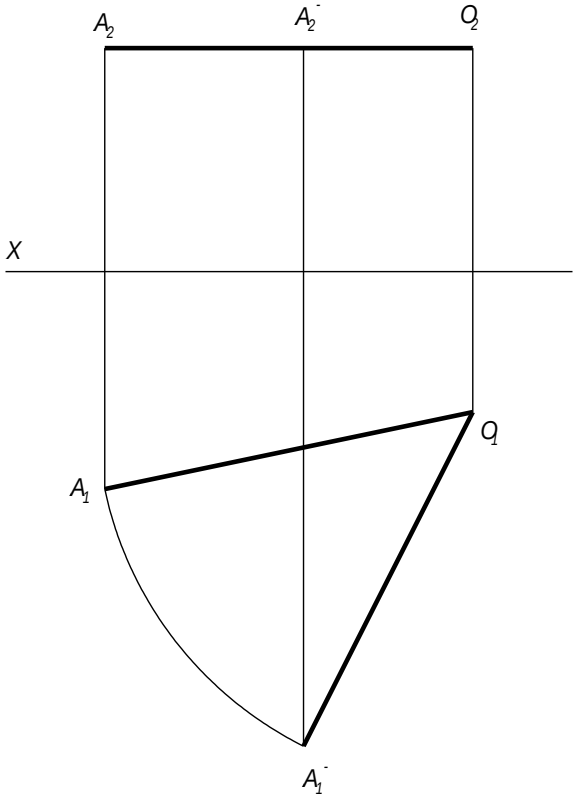
Мал. 150

На епюрі, який показаний на мал. 150, коло, описане точкою А при обертанні навколо осі, спроектується на площину $П_1$, без спотворення. З точки О, як з центра, проведене коло радіусом $R = O_1 A_1$ на площині $П_1$. На площині $П_2$ це коло зображене відрізком, рівним 2R і направленим паралельно осі X.

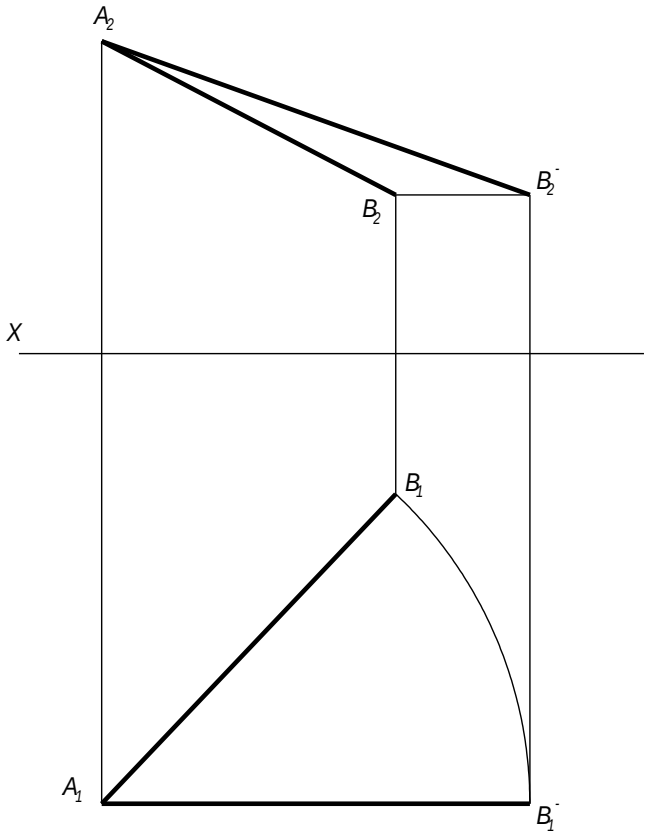
На мал. 151 задані точки А і О. Ось обертання проходить через точку О перпендикулярно до площини $П_1$. Необхідно повернути точку А навколо заданої осі на кут 55 градусів, проти обертання часової стрілки.

Для рішення цього прикладу необхідно з точки O_1, як із центра, радіусом O_1A_1 провести дугу $A_1A^{-}_1$, яка рівняється кутові 55 градусів. Точка A^{-}_1 буде новим положенням точки А на горизонтальні площині проекцій.

Для знаходження фронтальної проекції точки А, після повороту, достатньо з точки A^-_1 провести лінію зв'язку до перетину в точці A^-_2, з прямою O_2A_2.



Мал. 151



Мал. 152

Знаходження натуральної величини відрізка прямої лінії і кута нахилу її до площин проекцій

Обертаючи відрізок прямої лінії загального положення, ми зможемо розмістити його паралельно одній з площин проекцій. При цьому на епюрі будуть зразу отримані довжина відрізка і кут нахилу його до другої площини проекцій.

Якщо вісь обертання вибрати так, щоб вона проходила через один із кінців відрізка, то побудова спрощується, так як точка, через яку проходить вісь, не змінить свого положення. На мал. 152 показане обертання відрізка АВ до положення, коли він розміститься паралельно $П_2$. Вісь обертання вибрана перпендикулярно до площини проекцій $П_1$ і проходить через точку А. Фронтальна проекція осі A_1A_2 перпендикулярна до осі Х, а горизонтальна збігається з точкою A_1. З центра обертання радіусом A_1B_1 повертаємо горизонтальну проекцію відрізка в положення $A_1B^-_1$ паралельно осі Х. Точка А, *що лежить на осі свого положення не змінює. Фронтальна проекція точки В,* точка B_2, переміститься по прямій, паралельній осі Х, і займе нове положення B^-_1.

Сполучивши точки A_2 і B^-_2 прямою, дістанемо справжню величину відрізка АВ і водночас знайдемо кут нахилу прямої до площини проекцій $П_1$.

Спосіб обертання, в якому положення осі не вказується (плоско-паралельне переміщення)

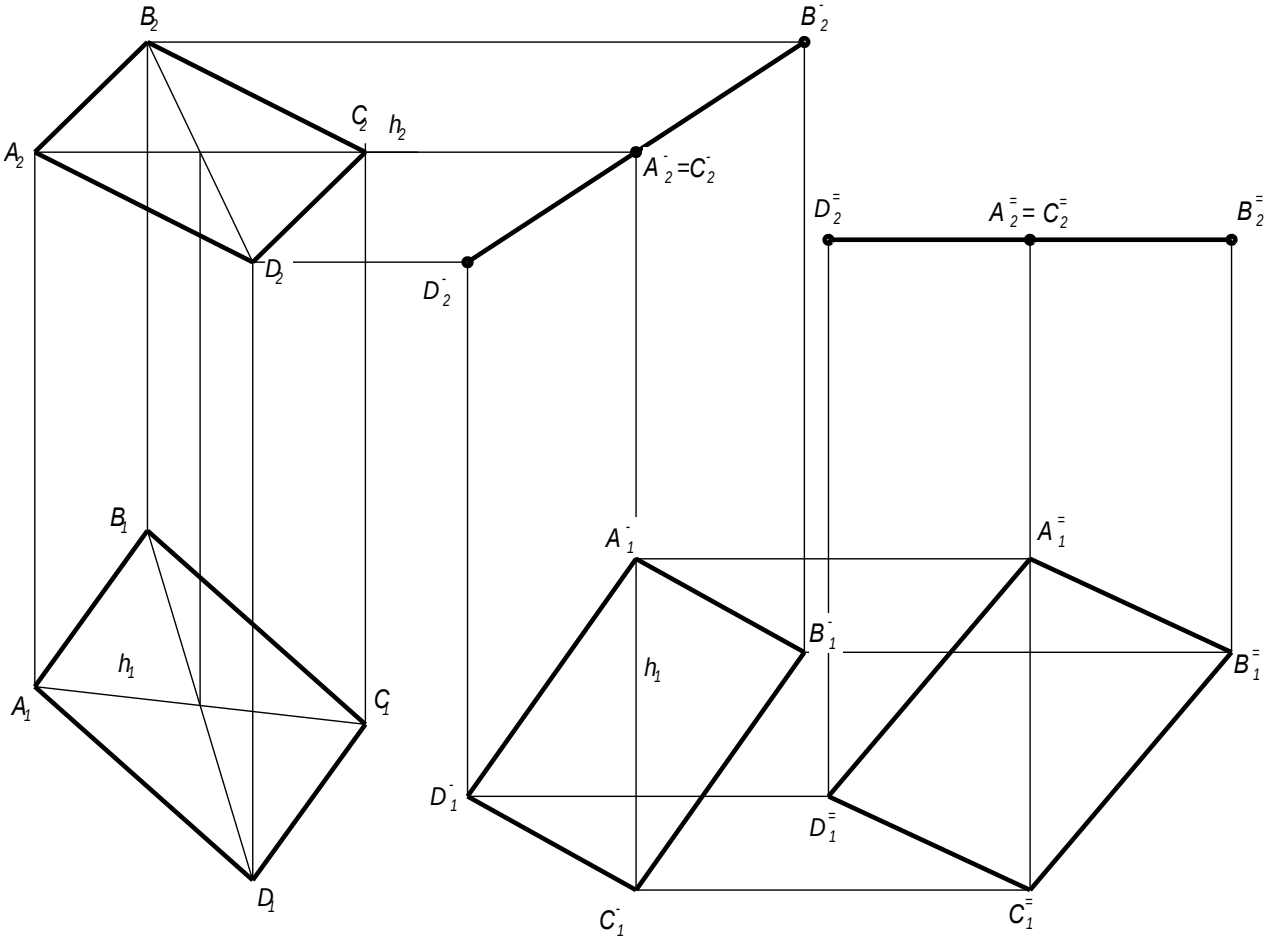
Плоско-паралельним переміщенням називається такий рух фігури в просторі, при якому всі її точки переміщуються в площинах, паралельних між собою.

Основні теоретичні положення цього способу такі:

1. При плоско - паралельному переміщенню фігури відносно площини проекцій $П_1$ фронтальні проекції точок переміщуються по прямих, паралельних осі X, а горизонтальна проекція фігури запишається незмінною за своєю величиною і формою.

2. При плоско - паралельному переміщенню фігури відносно площини проекцій $П_2$ горизонтальні проекції точок переміщуються по прямих, паралельних осі X, а фронтальна проекція фігури запишається незмінною за своєю величиною і формою.

Користуючись цими положеннями, можна застосовувати цей спосіб, не задаючи зображення осі обертання і не визначати радіуси обертання. Достатньо, залишаючи фігуру незмінною, перемістити її в необхідне положення, а потім побудувати другу проекцію так, як сказано вище.

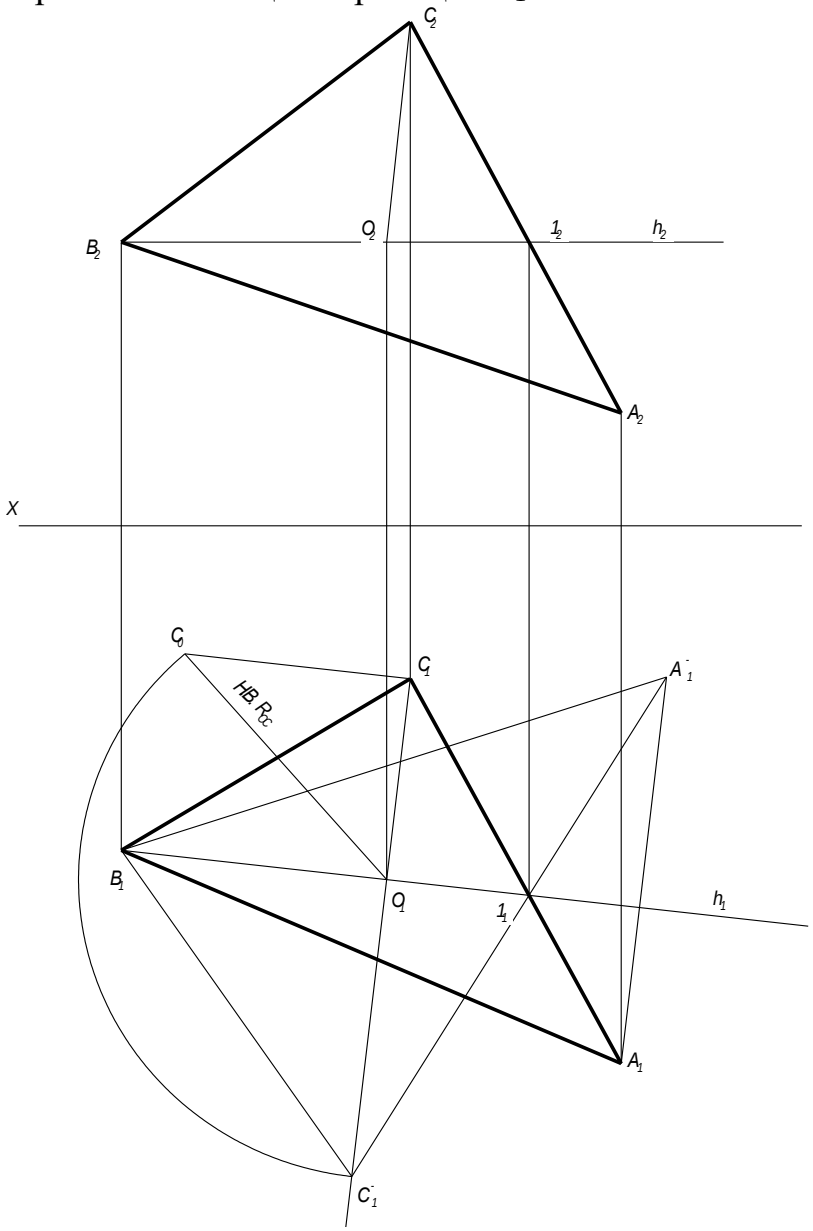


Мал. 153

На мал. 153 виконана побудова для визначення натуральної величини чотирикутника ABCD. Спочатку проводимо горизонталь AC цього чотирикутника. Горизонтальну проекцію $A_1B_1C_1D_1$ переміщуємо в положення $A^-_1B^-_1C^-_1D^-_1$ залишаючи незмінною її форму, таким чином, щоб горизонталь AC розташувалась перпендикулярно до площини $П_2$. В результаті цього фронтальна проекція чотирикутника в новому положенні перетвориться в пряму $A^-_2B^-_2C^-_2D^-_2$. Далі, фронтальна проекція $A^-_2B^-_2C^-_2D^-_2$ переміщується в положення $A^=_2B^=_2C^=_2D^=_2$, таким чином, щоб в просторі чотирикутний розташувався паралельно площині $П_1$. Нова горизонтальна проекція $A^=_1B^=_1C^=_1D^=_1$ буде відповідати натуральній величині чотирикутника.

Обертання плоскої фігури навколо її горизонталі

Для визначення форми і розмірів плоскої фігури можна її повернути навкруг її горизонталі так, щоб в результаті цього обертання фігура розташувалась паралельно площині проекцій $П_1$.



Мал. 154

На мал. 154 показана побудова натуральної величини трикутника АВС способом обертання його навколо його горизонталі.

Порядок виконання побудови наступний:

1. Проводнмо горизонталь трикутника АВС (h_2, h_1) (мал. 154);

2. Знаходимо центр (точка О) обертання точки С навколо горизонталі трикутника АВС для чого:

- з точка C_1 проводимо перпендикуляр до горизонтальної проекції горизонталі, на перетині отримуємо точку O_1 (горизонтальна проекція центра обертання О);

- находимо фронтальну проекцію центра обертання точки С точку O_2;

3. Знаходимо натуральну величину радіуса СО, для чого з точки C_1 проводимо перпендикуляр до відрізка C_1O_1, на якому відкладаємо відрізок рівний різниці координат Z точок С і О. З'єднавши точки C_0 і O_1 отримаємо натуральну величину радіуса.

4. Знаходимо положення точки С після обертання навколо горизонталі (C^-_1) для чого з точки O_1 проводимо дуту радіусом O_1C_0 до перетину з перпендикуляром C_1O_1.

5. Знаходимо нове положення точки А після обертання навколо горизонталі (A^-_1) (мал. 154) для чого:

- з точки C_1 проводимо пряму через точку 1_1;

- з точки A_1 і проводимо перпендикуляр до горизонтальної проекції горизонталі h_1;

- перетин цих прямих дає нове положення точки А (A^-_1).

Так як точка В знадиться на горизонталі, а горизонталь являється віссю обертання, то при обертанні точка В свого положення не змінить (мал. 154).

6. З'єднавши нове положення точок $A^-_1B^-_1C^-_1$ отримаємо натуральну величину трикутника АВС (мал. 154).

На мал. 155 показана побудова натуральної величини кута АВС способом обертання його навколо горизонталі. На малюнку площина куга обертається до положення, паралельного площині проекцій $П_1$, на яку кут спроектується без спотворень.

Для виконання цих побудов виконують наступне:

1. Проводимо горизонталь площини заданої кутом АВС (h_2, h_1) (мал.155)

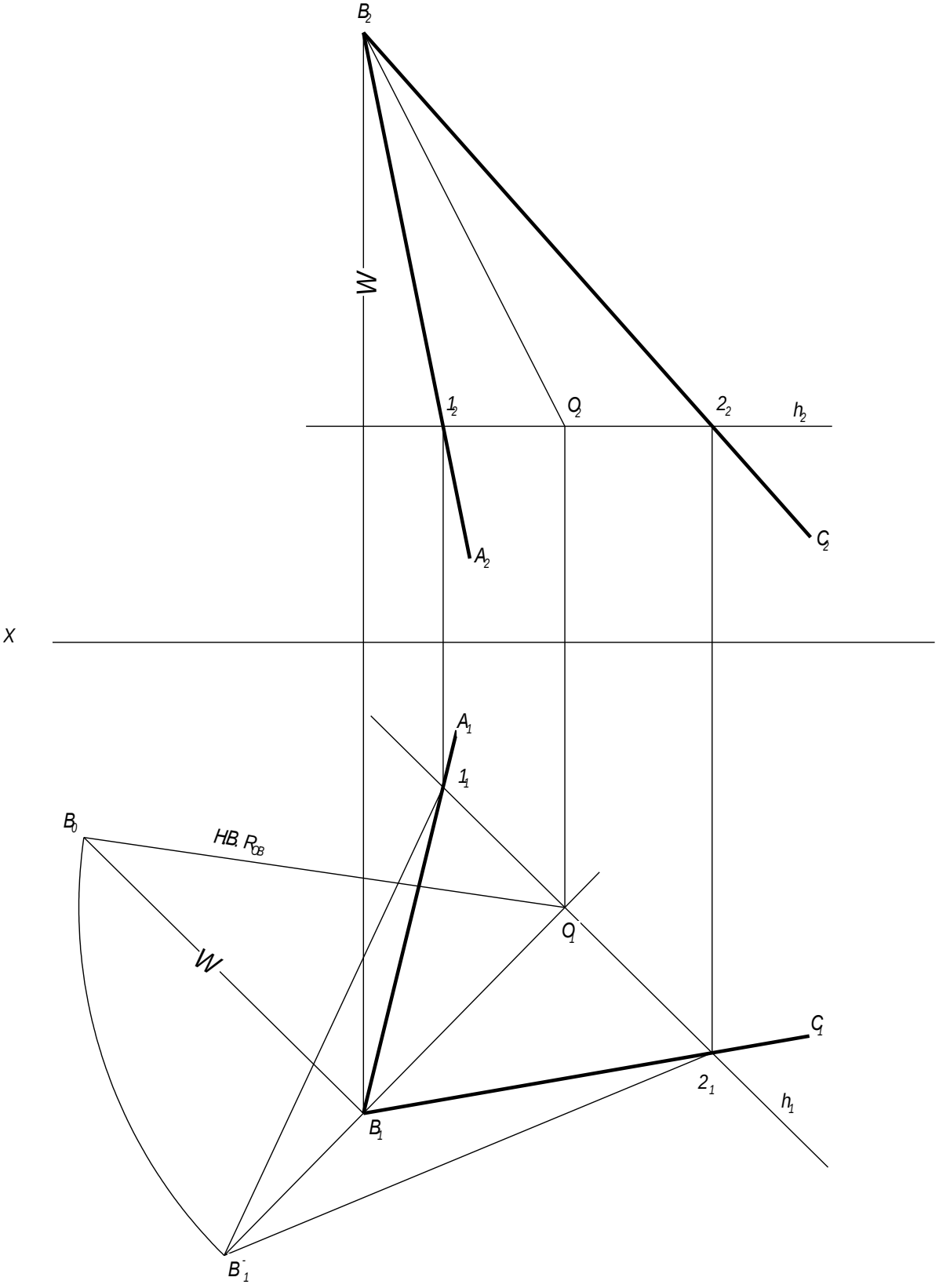
2. Для обертання кута навколо горизонталі, знаходимо центр обертання точки В навколо горизонталі (O_1, O_2) для чого:

- з горизонтальної проекції точки B_1 проводимо пряму перпендикулярну до горизонтальної проекції горизонталі h_1, отримаємо точку O_1;

- находимо фронтальну проекцію центра обертання точки В точку O_2, - з'єднавши проекції B_2 з O_2 отримаємо фронтальну проекцію радіуса обертання;

3. Знаходимо натуральну величину радіуса обертання ВО, для чого з точки B_1 проводимо перпендикуляр до відрізка B_1O_1, на якому відкладаємо відрізок рівнин різниці координат Z точок В і О. З'єднавши точки B_0 і O_1 отримаємо натуральну величину радіуса (мал. 155).

4. Знаходимо положення точки В після обертання навколо горизонталі (B^{-}_1) для чого з точки O_1 проводимо дугу радіусом O_1B_0 до перетину з перпендикуляром B_1O_1.

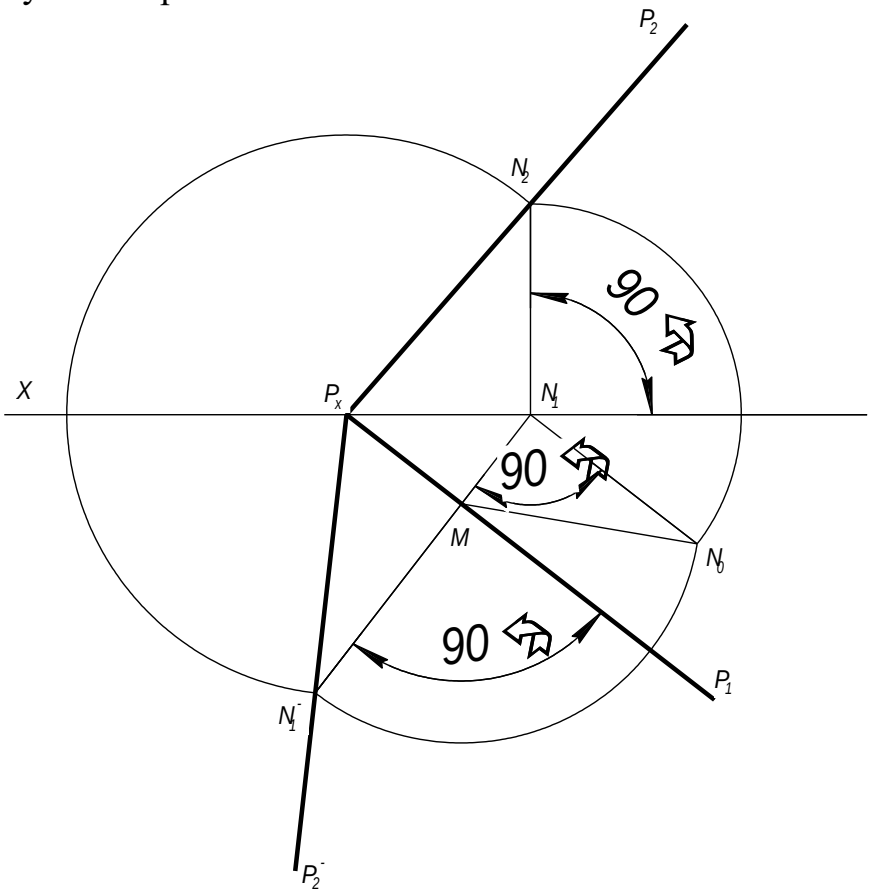


Мал. 155

Обертання площини навколо одного із її слідів до суміщення з площиною проекцій

Задану площину Р будемо обертати навколо одного із її слідів до суміщення з тією площиною проекцій, в якій лежить цей слід. Значить, при такому суміщенні відрізки ліній та фігури, які лежать в цій площині, будуть зображені на цій площині проекцій без спотворення.

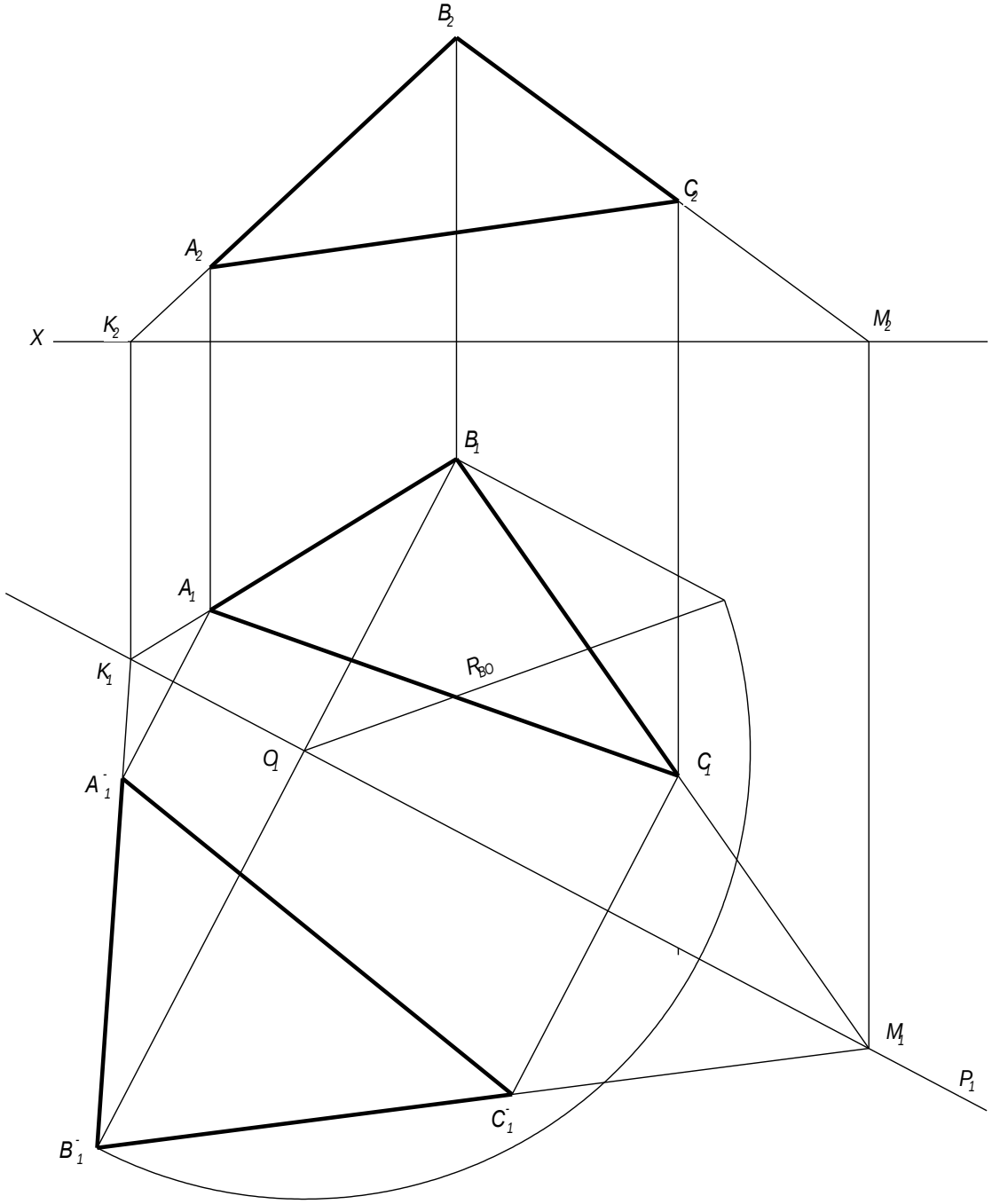
Побудову на епюрі показано на мал. 156.



Мал. 156

Виберемо на фронтальному сліді P_2 будь яку точку N (N_2), через її горизонтальну проекцію N_1 проведемо пряму N_1M, перпендикулярну до осі обертання - сліду P_1. На цій прямій повинна лежати точка N, після суміщення, на віддалі від точки М, рівному радіусу обертання точки N, або на відстані P_xN_2 від точки P_x. Довжину радіуса обертання можна визначити як гіпотенузу прямокутного трикутника з катетом MN_1 і N_1N_0 (N_1N_0= N_1N_2). Проводячи з точки М дугу радіусом MN_0 на продовжені прямої N_1M або з точки P_x дугу радіуса P_xN_2 на тій же прямій, ми отримаємо суміщене положення точки N - точку N^-_1. *Проведемо* через точки $P_ч$ і N^-_1 і пряму, отримаємо суміщене положення сліду P_2— пряму P^-_1.

На мал. 157 показано знаходження натуральної величини трикутника АВС, який лежить в площині загального положення Р, застосовуючи спосіб суміщення площини Р з площиною проекцій $П_1$.



Мал. 157

Одна точка B_1 - суміщене положення вершини В з площиною проекцій $П_1$ - *находять обертанням навколо сліду P_1 наступною побудовою.*

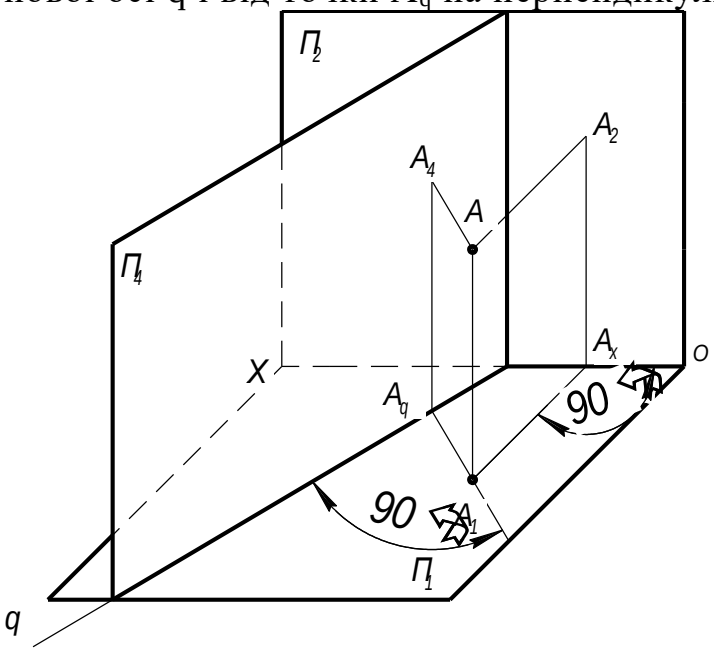
Через точку B_1 проводимо пряму B_1O_1, перпендикулярну до P_1. Радіус обертання Кво найдений, як гіпотинуза прямокутного трикутника $O_1B_1B_0$, у якого одним катетом служить відрізок O_1B_1, а другим катетом - відрізок B_1B_0, рівний відстані від точки B_2 до осі проекцій Х. Радіусом R_{BO} з точки O_1 проводимо дугу до перетину з продовженням прямої O_1B_1, отримаємо точку B^-_1 суміщене положення точки В (мал. 157).

Дальше знаходимо точки К і М - горизонтальні сліди прямих - сторін кута АВС. Тепер осталось на прямих K_1B_1 і M_1B_1 відмітити точки A^-_1 і C^-_1, в яких перпендикуляри до P_1, проведені з точок A_1 і C_1 перетинають прямі $K_1B^-_1$ і $M_1B^-_1$ (мал. 157).

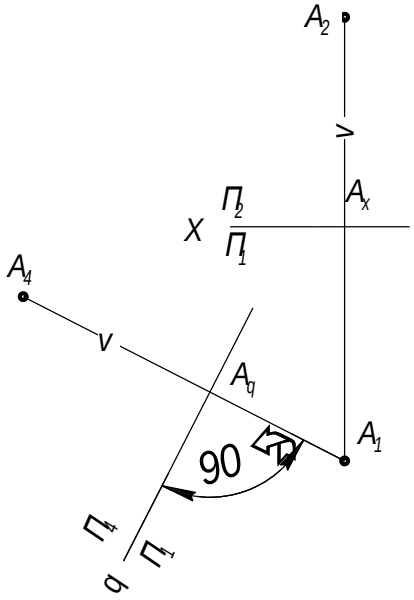
Спосіб заміни площин проекцій

Суть способу полягає в тому, що положення в просторі точок, прямих і фігур залишається незмінним, а замість існуючої вибирають нову площину проекцій так, щоб проектуванням на неї можна було визначити натуральну величину певних геометричних елементів або розв'язати якісь інші завдання.

На мал. 158, в системі $П_1$, $П_2$, точка А задана проекціями $А_1$, $А_2$. Необхідно побудувати проекції цієї точки в системі $П_1$, $П_4$, де нова площина $П_4$ також перпендикулярна до $П_1$. Розміщення площини відносно точки А показано на мал.158. Проводимо через точку А перпендикуляр до площини $П_4$ знаходимо нову проекцію $А_4$ і відмічаємо, що відстань $А_4А_q = АА_1 = А_2А_ч$. Приймаючи за нову вісь проекцій, вісь q, суміщаємо площину $П_4$ з площиною $П_1$ таким чином, щоб напівплощина $П_4$ розмістилась зліва від нової осі проекцій. На епюрі мал. 159 нова вісь позначена q ($П_4/П_1$). Для побудови проекції $А_4$ через точку $А_1$ проводимо перпендикуляр до нової осі q і від точки $А_q$ на перпендикулярі відкладаємо $А_4А_q = А_хА_2$.



Мал. 158



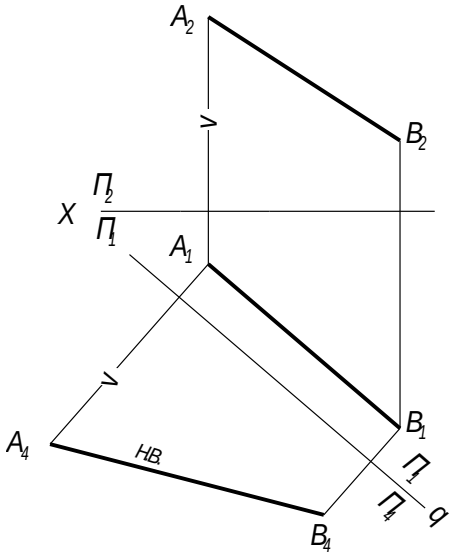
Мал. 159

Нову площину проекцій $П_4$ можна розміщати з будь якої сторони від точки А. Порядок знаходження $А_4$ останеться такий же, як і описаний на мал. 159.

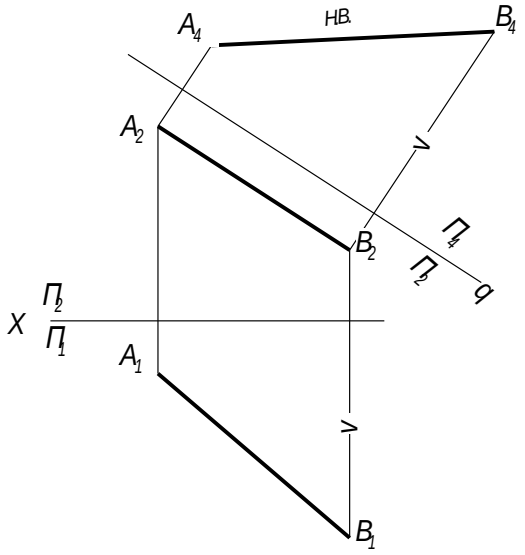
На мал. 160 показана побудова натуральної величини відрізка АВ, застосовуючи спосіб переміни площин проекцій.

Для знаходження натуральної величини відрізка необхідно отримати таке положення відрізка АВ відносно площини проекцій, щоб відрізок спроектувався на цю площину без спотворення.

Вибираємо нову систему площин $П_4$, $П_1$, де $П_4 \perp П_1$, причому $П_4$ проводиться паралельно відрізку АВ. В цьому випадку нова вісь q розміститься



Мал. 160



Мал. 161

паралельно A_1B_1. Відстань нової осі q від A_1B_1 *можна вибирати по* різному.

Проводимо з точок A_1 і B_1 перпендикуляри до осі відкладаємо на них від осі q відрізки $A_4A_q = A_xA_2$ і $B_4B_q = B_xB_2$ З'єднавши точку A_4 з точкою B_4 отримаємо проекцію A4B4, яка і буде дорівнювати довжині відрізка АВ.

Кут між проекцією A_4B_4 і віссю q рівняється кутові, який утворює пряма АВ і площина проекцій $П_1$.

Цю задачу можна рішити вибравши нову систему $П_4$, $П_2$ де $П_4 \perp П_2$ і $П_4 \parallel$ АВ (мал. 161). В цьому випадку нова вісь q розміщається паралельно A_2B_2.

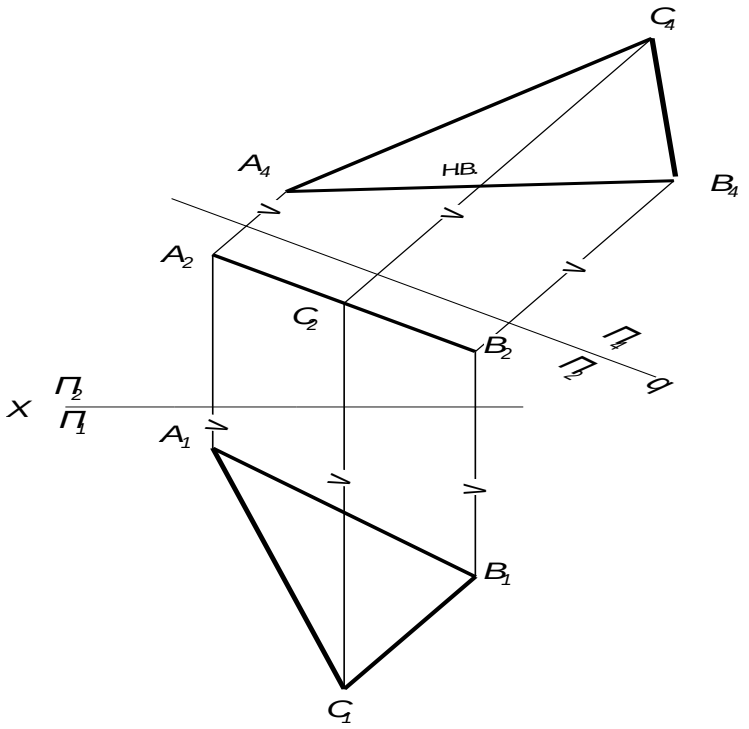
З точок A_2B_2 проводимо перпендикуляри до осі q і відкладаємо на них від осі q відрізки $A_4A_q = A_xA_1$ і $B_4B_q = B_xB_1$. Проекція A_4B_4 являє собою довжину відрізка АВ.

Кут між проекцією A_4B_4 і віссю q рівняється кутові, який утворює пряма АВ і площина проекцій $П_2$.

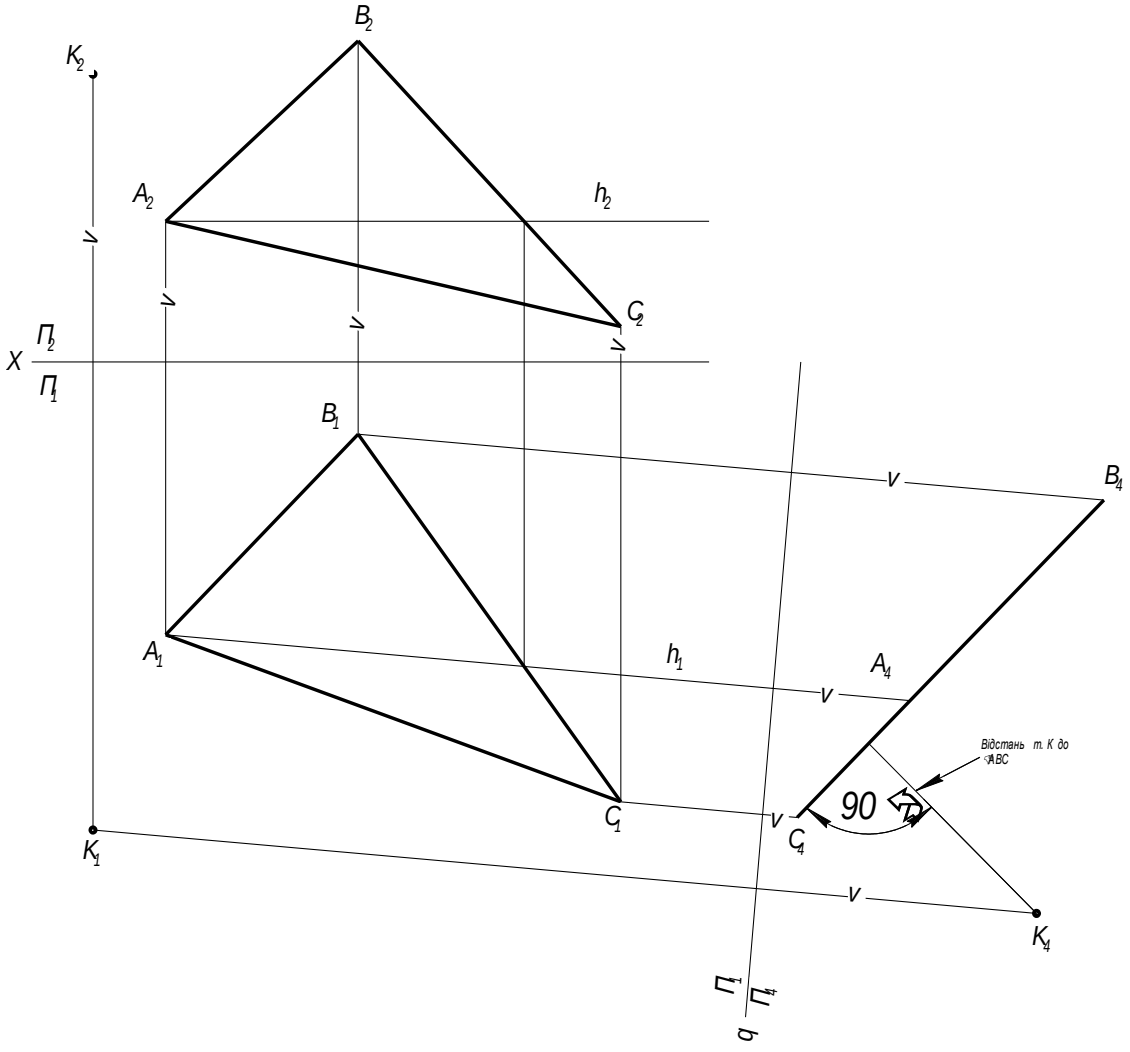
На рис. 162 показано визначення натуральної величини трикутника АВС. В даному випадку площина трикутника перпендикулярна до площини проекцій $П_2$, тому для зображення трикутника без спотворення достатньо замінити площину проекцій $П_1$ новою площиною $П_4$, паралельною площині трикутника. Для побудови нової проекції $A_4B_4C_4$ необхідно від нової осі q відкласти відрізки, які рівні відстані точок A_1, B_1, C_1 від осі x. Отримана проекція $A_4B_4C_4$ буде відповідати натуральній величині трикутника АВС.

На рис.163 показана побудова для визначення відстані від точки К до площини, заданої трикутником АВС.

Нова площина проекцій $П_4$ входить в систему $П_4/П_1$. Тому $П_4 \perp П_1$, але крім цього, площина $П_4$ перпендикулярна до трикутника АВС. Це виражається тим, що на кресленні нова вісь q перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі h_1 трикутника АВС. Дальші побудови видні на кресленні.



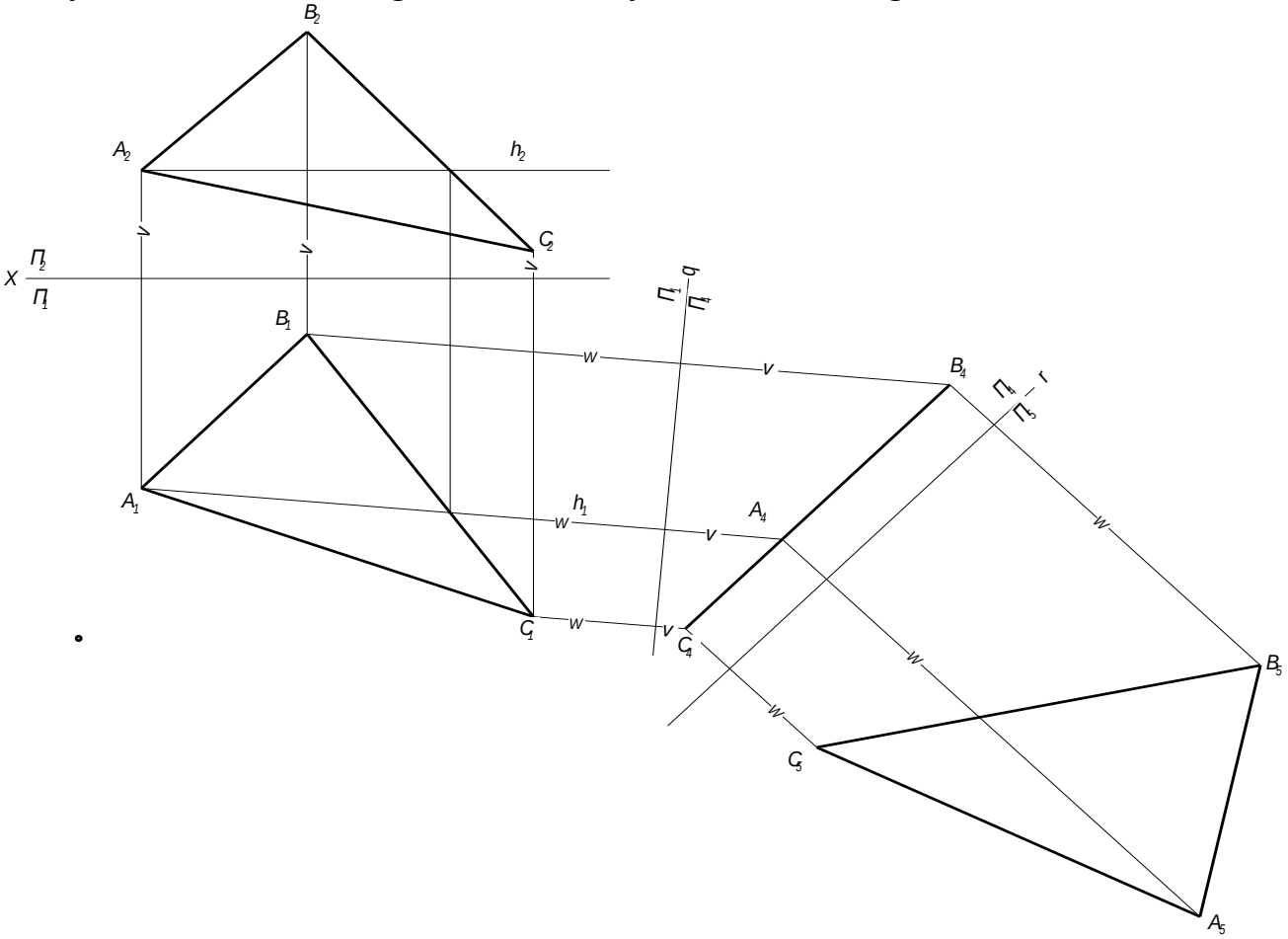
Мал. 162



Мал. 163

Заміна двох площин проекцій

Інколи для рішення задач заміна однієї із площин проекцій недостатньо. Тому в таких випадках проводять заміну двох площин проекцій.



Мал. 164

На мал. 164 показана побудова натуральної величини трикутника АВС, де застосовується заміна двох площин проекцій.

Порядок рішення цієї задачі наступний:

1. Проводимо горизонталь трикутника h_2, h_1 (рис. 164).

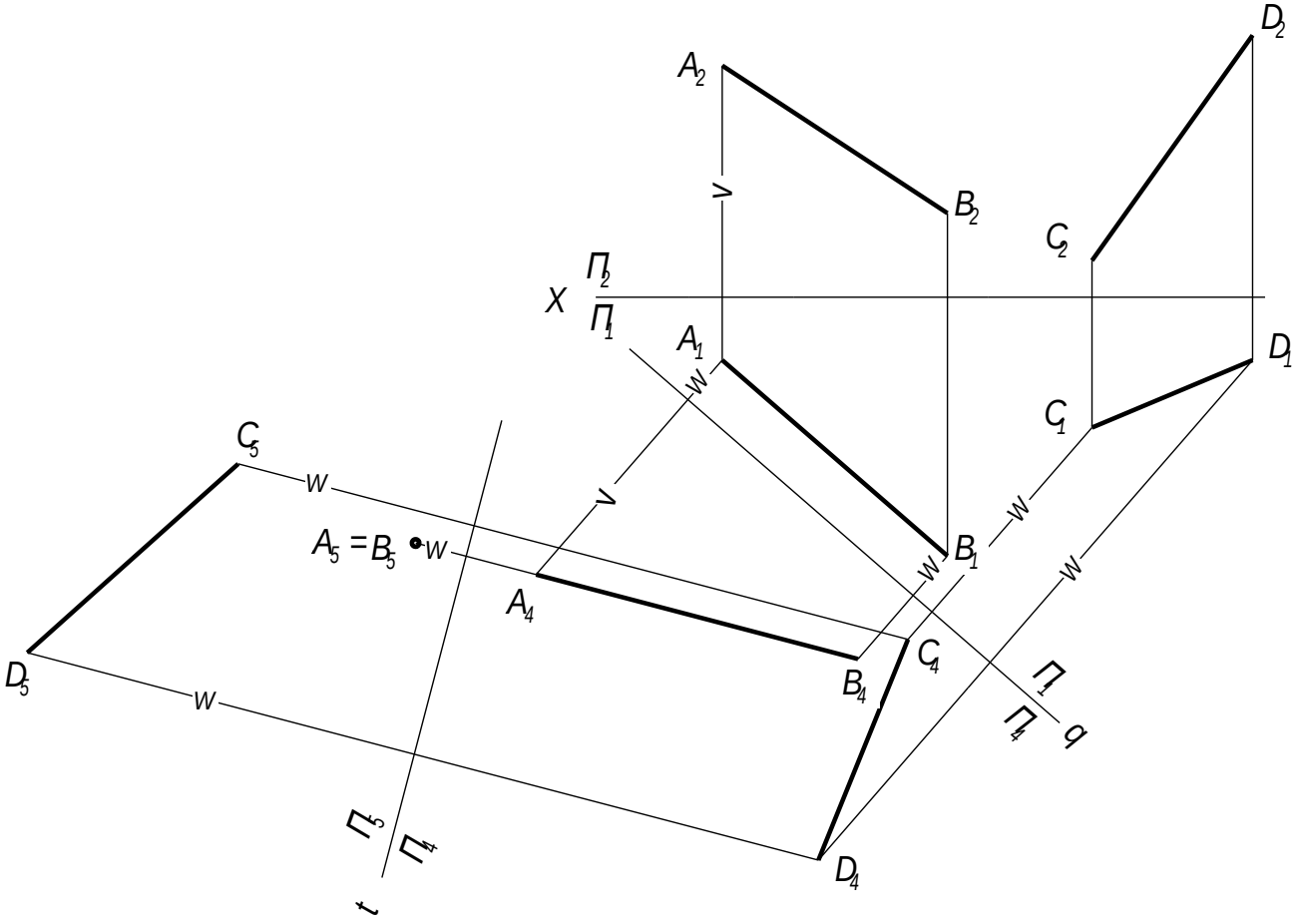
2. Вводимо нову площину проекцій $П_4$, яка входить в систему $П_4$, $П_1$. Тому $П_4 \perp П_1$, але крім цього, площина $П_4$ перпендикулярна до трикутника АВС. Це виражається тим, що на кресленні нова вісь q перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі h_1, проведеної в площині трикутника АВС. Дальші побудови видні на кресленні. З точок C_1 і B_1 проводимо лінії зв'язку перпендикулярні до нової осі q.

3. Для побудови нової проекції $A_4B_4C_4$ необхідно від нової осі q відкласти відрізки, які рівні відстані точок A_2, B_2, C_2 від осі x. Нова проекція трикутника отримана в вигляді відрізка, так як трикутник АВС перпендикулярний до нової площини $П_4$.

4. Для зображення трикутника, без спотворення, вводимо ще одну додаткову площину $П_5$, паралельну площині трикутника і перпендикулярну $П_4$. Для цього, на будь якій відстані від проекції $A_4B_4C_4$ проводимо нову вісь г. З точок A_4, B_4, C_4 проводимо лінії зв'язку перпендикулярні до нової осі г.

5. Для побудови нової проекції $A_5B_5C_5$ необхідно від нової осі г, на лініях зв'язку, відкласти відрізки, які рівні відстані точок A_1, B_1, C_1 від осі q. Отримана проекція $A_5B_5C_5$ буде відповідати натуральній величині трикутника ABC.

На мал. 165 дані дві мимобіжні прямі. Необхідно визначити найкоротшу відстань між ними.



Мал.165

Найкоротша відстань між двома мимобіжними прямими є відстань між двома паралельними площинами, в яких лежать мимобіжні прямі.

Порядок рішення цієї задачі наступний:

1. Від системи площин проекцій $П_1$, $П_2$ переходимо до системи $П_4$, $П_1$, де $П_4 \perp П_1$ і $П_4 \parallel AB$. Нову вісь q проводимо паралельну проекції A_1B_1. Виконуємо побудову проекцій прямих A_4B_4 і C_4B_4 в новій системі площин проекцій. Для цього від осі q відкладаємо відрізки рівні відстані точок A_2, B_2, C_2, D_2 від осі x (мал. 165).

2. Вводимо нову систему площин проекцій $П_4$, $П_5$ **в якій** $П_5 \perp П_4$ і $П_5 \perp AB$. Нову вісь t проводимо перпендикулярно проекції A_4B_4. Виконуємо побудову проекцій прямих A_5B_5 і C_5B_5 в новій системі площин проекцій. Для цього від осі t відкладаємо відрізки рівні відстані точок A_1, B_1, C_1, D_1 від осі q. Так як пряма AB перпендикулярна до площини проекцій $П_5$, то на цю площину вона спроектується в точку (мал. 165).

3. Проводимо перпендикуляр з точки $A_5 = B_5$ до проекції C_5D_5, довжина якого буде рівна найкоротшій відстані між заданими прямими AB і CD (мал. 165).

Тема 2.4. Аксонометричні проекції

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами побудови аксонометричних проекцій, розвивати у них просторове уявлення, навчитись аналізувати і складати план виконання побудов в аксонометрії.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Суть і основні положення аксонометричного проектування.
2. Прямокутна ізометрія
- осі, коефіцієнт спотворення;
- побудова ізометричної проекції многокутників;
- побудова ізометричної проекції кола;
3. Прямокутна диметрія;
- осі, коефіцієнт спотворення;
- побудова диметричної проекції многокутників;
- побудова диметричної проекції кола;
4. Косокутна фронтальна диметрія;
- осі, коефіцієнт спотворення;
- побудова фронтальної диметрії многокутників;
- побудова фронтальної диметрії кола;
5. Умовності при виконанні розрізів і нанесенні розмірів в аксонометрії.

Література

1. Боголюбов С.К. Индивидуальнне задания по курсу черчения. М, 1989
2. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии. М, 1958
3. Хаскін А.М. Креслення. К, 1972

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен

Знати:

- як проводяться осі в аксонометричних проекціях;

- які основні правила побудови в аксонометрії;
- прийоми побудова кола в аксонометрії;
- прийоми виконання аксонометричного зображення моделі в аксонометрії;
- правила виконання розрізів в аксонометрії.

Уміти:

- виконувати побудову моделей і деталей в аксонометричних проекціях;
- виконувати розрізи в аксонометрії;
- наносити розміри.

Питання для самоперевірки

1. У чому перевага аксонометричних проекцій порівняно з комплексними?
2. У чому суть аксонометричного проектування?
3. Що називається коефіцієнтом спотворення?
4. Як класифікуються аксонометричні проекції?
5. Як будувати осі в прямокутній ізометрії і чому дорівнюють показники спотворення по аксонометричних осях?
6. Як будувати осі в прямокутній диметрії і чому дорівнюють показники спотворення по аксонометричних осях?
7. Як будувати осі в фронтальній диметрії і чому дорівнюють показники спотворення по аксонометричних осях?
8. Як побудувати коло ізометрії, якщо площина кола паралельна площині проекцій $П_1$? площині $П_2$? площині $П_3$7
9. Як побудувати коло фронтальній диметрії, якщо площина кола паралельна площині проекцій $П_1$? площині $П_2$? площині $П_3$7

Тема 2.4. Аксонометричні проекції

Суть і основні положення аксонометричного проектування

Комплексні ортогональні проекції мають ту перевагу, що в них два виміри, паралельні відповідній площині проекцій, проектуються на цю площину без скорочення, а третій, перпендикулярний до цієї площини, проектується в точку.

Проте комплексні рисунки не мають достатньої наочності, бо в них просторові форми предмета набувають умовного зображення у вигляді комплексу окремих ортогональних проекцій.

Аксонометричні проекції порівняно з комплексними мають істотну перевагу - наочність. Тому ці проекції досить широко застосовуються в науці, техніці, в побуті. Слово аксонометрія означає “вимірювання по осям”.

Суть аксонометричного проектування полягає в тому, що предмет відносять до системи координатних осей і проектують його разом з цими осями на вибрану площину аксонометричних проекцій.

На мал. 166 точку А, яка є вершиною якогось предмета, віднесено до координатних осей Oxyz і разом з ними спроектовано на площину П'. На площині $П^1$ маємо осі O'x' O'y', Oz' що є зображенням координатних осей, і точку А', яка є аксонометричним зображенням точки А.

Площина П', на якій будують аксонометричну проекцію, називається площиною аксонометричних проекцій. Осі O'x' O'y', Oz', які утворилися внаслідок проектування координатних осей, називаються аксонометричними осями. Точка O' - початок аксонометричних осей, s - напрям аксонометричного проектування. Точка A'- аксонометрична проекція точки А, а точка A'_1 - вторинна проекція точки А.

Для того, щоб положення точки було визначеним на аксонометричному рисунку, треба, крім зображення самої точки, показати одну з її вторинних проекцій.

Залежно від напряму променів проектування і положення площини проекцій П аксонометричне зображення буде дещо спотворене, тобто кожний з його трьох основних вимірів буде або менший, або більший від натурального.

Відношення довжини аксонометричної проекції відрізка координатної осі до довжини самого відрізка цієї осі в натурі називається коефіцієнтом (показником) спотворення.

При побудові аксонометричних проекцій проектуючі промені можуть розмішатись у просторі або перпендикулярно, або з нахилом до площини аксонометричних проекцій. У першому випадку ці проекції називають прямокутними аксонометричними проекціями, а в другому косокутними.

Якщо всі три коефіцієнти спотворення рівні між собою, то така аксонометрія називається ізометрією. Аксонометрія при двох рівних коефіцієнтах спотворення і третьому, що не дорівнює їм, називається диметрією. Коли всі три показники спотворення не дорівнюють один одному, це буде триметрія.

Прямокутна ізометрія

Прямокутну ізометрію, або ізометрію, широко використовують у практиці інженерної графіки. В ізометричній прямокутній проекції аксонометричні осі (O'x' O'y', Oz' утворюють одна з одною кути 120°, а коефіцієнти спотворення по всіх трьох осях однакові і дорівнюють 0,82. Вісь Oz' розміщують вертикально, а осі O'x' O'y' - під кутом 30° до горизонтального напряму.

Щоб побудувати предмет в аксонометрії, треба всі його лінійні розміри, паралельні координатним осям, помножити на коефіцієнт спотворення 0, 82, а потім відкласти на аксонометричому рисунку. Але на практиці побудову ізометрії спрощують: відкладають на по осях O'x' O'y', Oz' і паралельно їм натуральні розміри предмета. Утворюється дещо збільшене зображення без порушення пропорційності його елементів, що не псує наочності.

На мал. 167, а ізометрію деталі побудовано за натуральними розмірами, а на мал. 167, б з урахуванням коефіцієнта спотворення 0,82. Як видно з порівняння рисунків, обидва зображення мають однакову наочність і відрізняються одне від одного тільки величиною.

Побудова ізометричної проекції многокутників. Оскільки плоска фігура має два виміри, то в побудові її аксонометричної проекції використовують дві осі залежно від того, якій площині проекцій фігура паралельна. При паралельності площині $П_1$ використовують осі x і y, при паралельності $П_2$ - x і z, при паралельності площині Пз - осі y і z.

Будуючи аксонометричну проекцію квадрата або прямокутника, доцільно осі координат сумістити із сторонами цих фігур. Розглянемо побудову в ізометрії прямокутника ABCD, що лежить у горизонтальній площині.

Сумістимо осі координат x і y із сторонами AB і BC прямокутника (мал. 168, а). Побудуємо аксонометричні осі O'x', O'y' і відкладемо на них від точки O' відрізки, що дорівнюють розмірам сторін прямокутника (A'B' = AB = BC = a). Із знайдених точок A' і C' проводимо прямі, паралельні аксонометричним осям, до взаємного їх перетину. Утворений паралелограм A'B'C'D' і є аксонометричною проекцією прямокутника. На мал.168,б зображено ізометричну проекцію прямокутника ABCD розміщеного паралельно площині проекцій $П_2$.

Коли плоска фігура має дві взаємно перпендикулярні осі симетрії, то їх доцільно взяти за осі координат.

Розглянемо побудову в ізометрії правильного шестикутника, розташованого паралельно площині $П_2$ (мал. 169, а, б). Будуємо осі O'x' і Oz' і відкладаємо по осі O'x' вліво і вправо від точки O' відрізки O'A' = OA і O'D' = OD. По осі Oz' угору і вниз від точки O' відкладаємо відрізки O'1' = O-1 і O'2'= O- 2. Через знайдені точки 1' і 2' проводимо прямі, паралельні осі O'x', і на них в обидва боки від точки 1' і 2' відкладаємо половину довжини сторони шестикутника, наприклад відрізок 1'B' = 1B = AB/2 мм- Сполучаємо прямими побудовані вершини шестикутника, дістанемо його ізометричну проекцію A'B'C'D'E'F'. На мал. 169, в зображено в ізометрії шестикутник, розташований паралельно площині проекцій $П_1$ а на мал. 169, г - паралельно площині $П_3$.

Зверніть увагу на те, що в ізометрії, як і на комплексному рисунку, протилежні сторони шестикутника повинні бути паралельні між собою, тобто A'B' ‖ E'D', A'F' ‖ C'D'. Коли цієї умови додержано, побудову виконано правильно.

З мал. 169, б бачимо, що сторони шестикутника, які не паралельні координатним осям, мають різну величину спотворення. Отже, коли який - не будь відрізок прямої не паралельний координатній осі, то побудувати його в ізометрії або в іншій аксонометричній проекції треба за координатами кінцевих точок відрізка, бо величина спотворення довільного напряму нам не відома.

Побудова ізометричної проекції кола. Ізометричними проекціями кіл, розташованих у площинах проекцій або в площинах, ~~паралельних їм, є еліпси з~~ однаковими співвідношенням осей (мал. 170). Великі осі цих еліпсів дорівнюють 1,22d, а малі - 0,71d, де d - діаметр зображуваного кола. Напрям осей еліпсів залежить від положення проектованого кола.—Велика вісь еліпса перпендикулярна до тієї аксонометричної осі, якої немає в площині кола, а мала, - збігається з цією віссю або паралельна їй.

Наприклад, коло, що лежить у горизонтальній площині проекцій, проектується в ізометрії в еліпс, велика вісь якого перпендикулярна до осі OY, а мала збігається з нею. Це правило дійсне для будь - якого виду прямокутної аксонометрії.

Розглянемо один із способів побудови овалів, що наближено замінюють ізометричну проекцію кіл, розміщених у площинах проекцій або їм паралельних. Припустимо, що треба побудувати ізометричну проекцію кола діаметром 60 мм, розміщеного в площині проекцій $П_1$.

Будуємо аксонометричні осі ~~O'x' O'y'~~ і відкладаємо на них від точки O' відрізки, що дорівнюють радіусу заданого кола, тобто 30 мм. Через знайдені точки 1', 2' 3' 4' проводимо лінії, паралельні осям ~~O'x' O'y'~~ внаслідок чого дістаємо ромб A'B'C'D' , який є ізометричною проекцією квадрата, описаного навколо цього кола. Вершини ромба, які лежать на короткій діагоналі, є центрами для проведення великих дуг овала. Проводимо велику діагональ ромба B'D' і сполучаємо вершину A' із точками 2' і 3'. Перетин цих ліній з великою діагоналлю ромба визначає два інших центра овала O'_1 і O'_2.

Із центрів A' і C' креслимо великі дуги овала радіусом $R_1 = A'2'$, а з центрів O'_1 і O'_2 малі луги радіусом $R_2 = O'_23'$. На мал. 171, г цим способом побудовано ізометричну проекцію кола, що лежить у площині проекцій $П_2$, а на мал. 171, д — ізометричну проекцію кола, що лежить у профільній площині $П_3$.

Прямокутна диметрія

Прямокутною диметрією називається аксонометрична проекція з однаковими показниками спотворення по двох осях. В ~~прямокутній диметрії вісь~~ Oz' ~~розміщена вертикально, вісь~~ O'x' ~~нахилена під кутом 7° 10', а вісь~~ O'y' ~~під кутом 41°25' до горизонтального напрямку (мал. 7, а). Коефіцієнт спотворення по осях~~ O'x' і Oz' ~~дорівнює 0,94, а по осі~~ O'y' ~~0,47. Але на практиці застосовують так звану збільшену диметрію з коефіцієнтами~~ 1 - 1 - ~~0,5.~~

По осях O'x' і Oz' або по напрямках, їм паралельних, відкладають справжні розміри, а по осі O'y' - розміри скорочують удвоє. Величина збільшення при цьому дорівнює 1,06.

Для побудови осей диметрії можна використати такий спосіб (мал. 172,б). По горизонтальній прямій, що проходить через точку O', відкладаємо в обидва боки від O' вісім рівних відрізків. З кінцевих точок відрізків по вертикалі відкладаємо зліва одну поділку, а справа - сім таких поділок. Знайдені точки сполучаємо з точкою O' і дістаємо аксонометричні осі O'x' O'y'.

Побудова диметричної проекції многокутників. На мал. 173, а, б в диметрії побудовано квадрат, що лежить у горизонтальній площині. Послідовність побудови така сама, як і в ізометрії, з тією лише відмінністю, що по осі O'y' відкладаємо половину справжнього розміру сторони квадрата. На мал. 173, в зображено диметричну проекцію квадрата, розміщеного паралельно площині $П_2$, а на мал. 173, г - паралельно площині $П_3$.

На мал. 173, д, е в диметрії побудовано правильний п'ятикутник, розміщений у площині $П_1$. На осі O'y' в обидва боки від точки O' відкладаємо відрізки, що дорівнюють половині величин c, d і e. Через знайдені точки 1' і 2' проводимо прямі, паралельні осі O'x' на яких відкладаємо відповідно натуральну величину ED сторони п'ятикутника і натуральну величину допоміжної прямої AC. Утворені п'ять вершин A' B' C' D' E' сполучаємо між собою.

Побудова кола в диметрії. Диметричну проекцію куба з вписаними в його грані колами показано на мал. 174, а. Передня і задні грані куба проектуються в диметрії у вигляді ромбів, а інші грані — у вигляді паралелограмів. Малі осі еліпсів, що зображують кола, як і в ізометрії, паралельні осям, яких немає в площинах цих кіл (ці осі показані на рисунку товстими лініями). Наприклад, для еліпса, що лежить у горизонтальній площині, мала вісь іде в напрямі осі Oz', а велика — перпендикулярна до неї.

Довжина великої осі для всіх еліпсів однакова і дорівнює 1,06 діаметра зображуваного кола. Величина малої осі різна: для фронтальної площини проекцій, величина малої осі становить 0,95 діаметра кола. Для горизонтальної та профільної площин проекцій, величина малої осі становить 0,35 діаметра кола.

На практиці еліпси замінюють чотирицентровими овалами. Розглянемо побудову овала, що замінює проекцію кола, розміщеного в площинах $П_1$ і $П_2$ (мал. 174, б, в). Через точку O' — початок аксонометричних осей - проводимо дві взаємно перпендикулярні прямі і відкладаємо на горизонтальній прямій величину великої осі A'B' = 1,06d, а на вертикальній — величину малої осі C'D' = 0,35d. По вертикалі вгору і вниз від точки O' відкладаємо відрізки $O'O_1$ і $O'O_2$, що дорівнюють за величиною великій осі овала. Точки O_1 і O_2 є центрами великих дуг овала. Щоб знайти центри O_3 і O_4, відкладаємо на горизонтальній прямій від точок A' і B' відрізки $A'O_3$ і $B'O_4$, які становлять ***1/4*** величини малої осі. З точки O_2, як із центра, радіусом R_1 що дорівнює відрізку O_2C', проводимо дугу овала до перетину в точках 1 і 2 з лініями центрів O_2O_3 і O_2O_4. Точки 1 і 2 є точками спряження дуг овала. Аналогічно проводимо дугу з центра O_1. З точок O_3 і O_4 проводимо замикаючі дуги овала радіусом $R_2 = O_3A' = O_4B'$.

На мал. 174, г, д дано побудову овала, що замінює зображення кола, розміщеного в площині $П_2$. Будуємо осі O'x' O'y', Oz' і проводимо через точку O' пряму, перпендикулярну до осі O'y'.

Мала вісь овала розміщена на осі O'y', а велика - на прямій, перпендикулярній до неї. Відкладаємо на осях O'x' і Oz' величину радіуса заданого кола і дістаємо точки M', N' K' L', які є точками спряження дуг овала. З точок M' і N' проводимо горизонтальні прямі, які в перетині з віссю O'y' і прямою, перпендикулярною до цієї осі, дадуть точки O_1, O_2, O, O_4, що є центрами дуг овала. З центрів O_3 і O_4 описуємо дуги радіусом $R_2 = O_3M'$, а з центрів O_1 і O_2 - дуги радіусом $R_1 = O_2N_1$.

Косокутна фронтальна диметрія

Косокутна фронтальна диметрія (скорочено — фронтальна диметрія) характеризується вертикальним розміщенням осі Oz' і горизонтальним - осі O'x'. Вісь O'y' у фронтальній диметрії нахилена до горизонтального напряму під кутом 45°(мал. 175, а). Коефіцієнти спотворення по осях O'x', Oz' дорівнюють 1, а по осі O'y' - 0,5. Отже всі фігури, розміщені паралельно фронтальній площині проекцій, зображуються у фронтальній диметрії без спотворення розмірів і кутів.

Побудова плоских фігур у фронтальній диметрії. На мал. 175, б у фронтальній диметрії побудовано прямокутник, розміщений у горизонтальній площині. Розмір A'B' сторони, що збігається з віссю O'x' залишається незмінним, а сторона B'C', що йде в напрямі осі O'y', за величиною дорівнює лише b/2. На мал. 175, в у фронтальній диметрії зображено прямокутник у випадку, коли його площина паралельна $П_2$, а на мал. 175, г - коли вона паралельна $П_3$.

Побудова фронтальної диметрії кола. Фронтальну диметричну проекцію куба з нанесеними на його гранях колами показано на мал. 176, а. Передню грань куба зображено у вигляді квадрата, тому коло передньої грані не спотворюється. Це зручно при побудові в цій проекції круглих предметів з великим числом кіл, паралельних площині $П_2$. Верхня і ліва грані куба проектуються у формі паралелограмів. Еліпси, що зображують розміщені на цих гранях кола, мають таку саму форму і розміри, як і в прямокутній диметрії, тобто велика вісь дорівнює 1,06d , а мала - 0,35d. На відміну від прямокутної диметрії, велика вісь еліпса в площині $П_1$ нахилена до горизонтального напряму під кутом 7° 14'. Велика вісь еліпса в профільній площині $П_3$ нахилена до вертикального напряму під кутом 7° 14'. Спрощену побудову еліпсів як овалів, виконують за тими самими правилами, що і в прямокутній диметрії. На мал.176,б побудовано фронтальну диметрію кола, розміщеного в профільній площині проекцій.

Умовності при виконанні розрізів і нанесенні розмірів в аксонометрії

Лінії пггриховки розрізів і перерізів в аксонометричних проекціях наносять паралельно одній з діагоналей проекцій квадрата, що лежать у відповідних координатних площинах і сторони яких паралельні аксонометричним осям (мал. 177, а)

При нанесенні розмірів виносні лінії проводять паралельно аксонометричним осям, а розміри - паралельно вимірювальному відрізку (мал.177, б).

На відміну від комплексних проекцій, в аксонометрії штрихують у розрізах і перерізах ребра жорсткості, спиці маховиків, коліс та інші подібні елементи.

Різьбу в аксонометричних проекціях зображують за ГОСТ 2.311- 68**.** Якщо потрібно, частково показують профіль різьби (мал. 177, в).

Тема 2.5. Проектування геометричних тіл

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами побудови проекцій геометричних тіл, розвивати у них просторове уявлення, навчитись аналізуват.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Загальні положення
2. Призма
- побудова проекцій призми;
- аналіз креслення призми;
- видимість елементів призми;
- визначення проекцій точок, що лежать на поверхні призми;
- розміри призми;
- побудова розгортки призми;
- побудова аксонометричного зображенні призми.
3. Піраміда
- побудова проекцій піраміди;
- аналіз креслення піраміди;
- видимість елементів піраміди;
- визначення проекцій точок, що лежать на поверхні піраміди;
- розміри піраміди; - побудова розгортки піраміди;
- побудова аксонометричного зображенні піраміди.
4. Циліндр
- побудова проекцій циліндра;
- аналіз креслення циліндра;
- видимість елементів циліндра;
- визначення проекцій точок, що лежать на поверхні циліндра;
- розміри циліндра;
- побудова розгортки циліндра;
- побудова аксонометричного зображенні циліндра.
5. Конус
- побудова проекцій конуса;
- аналіз креслення конуса;
- видимість елементів конуса;
- визначення проекцій точок, що лежать на поверхні конуса;
- побудова розгортки конуса;
- побудова аксонометричного зображенні конуса.
6. Куля
- побудова проекцій кулі;
- визначення проекцій точок, що лежать на поверхні кулі;
- побудова аксонометричного зображенні кулі.

7. Тор
- утворення торової поверхні.
- аналіз креслення тора.

Література

1. Боголюбов С.К. Индивидуальнне задания по курсу черчения. М, 1989
2. Хаскін А.М. Креслення. К, 1972
стор. 125...150

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен
Знати:
- правила побудови проекцій геометричних тіл;
- правила побудови проекцій точок на поверхні геометричних тіл;
- послідовність виконання розгортки геометричного тіла;
- послідовність виконання аксонометричного зображення геометричного тіла.

Уміти:
- аналізувати креслення геометричного тіла;
- виконувати побудову геометричного тіла в аксонометричних проекціях;
- виконувати розгортку геометричного тіла;
- наносити розміри.

Питання для самоперевірки
1. Що називається призмою і як вони поділяються?
2. Як побудувати розгортку призми?
3. Назвіть основні елементи піраміди.
4. Як побудувати розгортку правильної піраміди?
5. Як визначити проекції точок, що лежать на поверхні піраміди?
6. Що називається призмою і як вони поділяються?
7. Як побудувати розгортку циліндром?
8. Назвіть основні елементи циліндра.
9. Як побудувати розгортку циліндра?
10. Як визначити проекції точок, що лежать на поверхні циліндра?
11. Що називається конусом і як вони поділяються?
12. Як побудувати розгортку конуса?
13. Як визначити проекції точок, що лежать на поверхні конуса?

Тема 2.5. Проектування геометричних тіл

Загальні положення

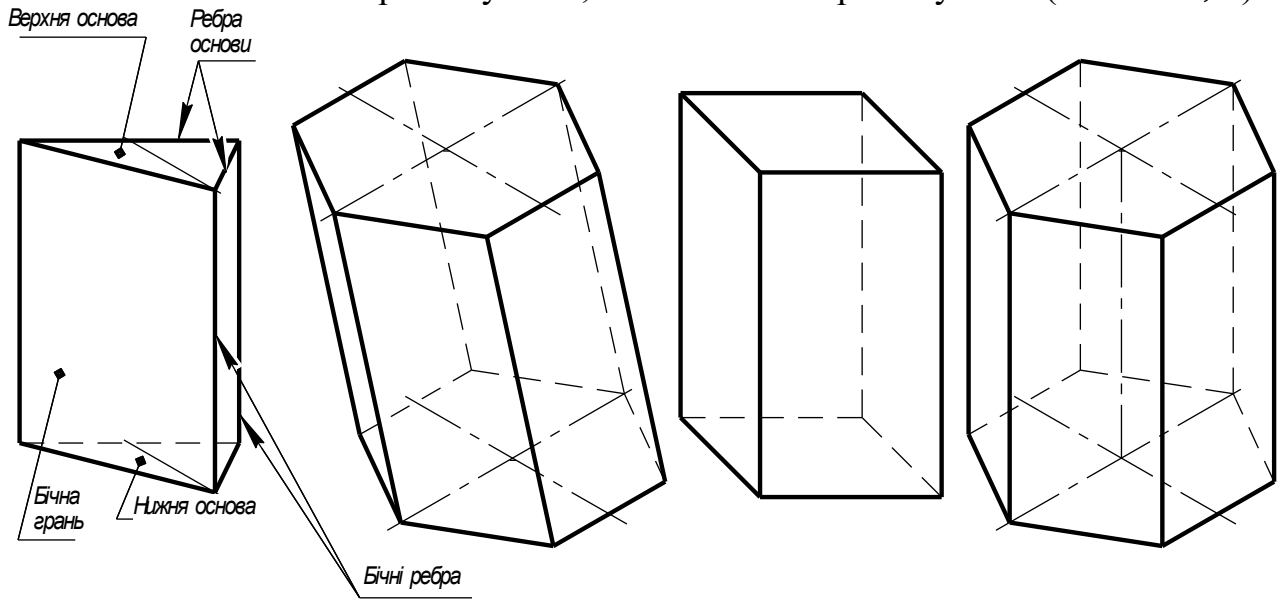
щоб накреслити складну технічну деталь, треба навчитися будувати проекції простих геометричних тіл, з яких складаються деталі - призм, циліндрів, конусів, куль тощо. Зобразити і прочитати креслення геометричного тіла означає не тільки вміти за розмірами побудувати проекції, а й провести повний аналіз фігури. Останнє означає, що треба вміти визначити і показати на кресленні ребра, грані, вершини, твірні, їх розташування між собою і по відношенню до площин проекцій, показати видимі і невидимі елементи, знайти проекції точок, що лежать на поверхні тіла, проставити розміри.

Призма

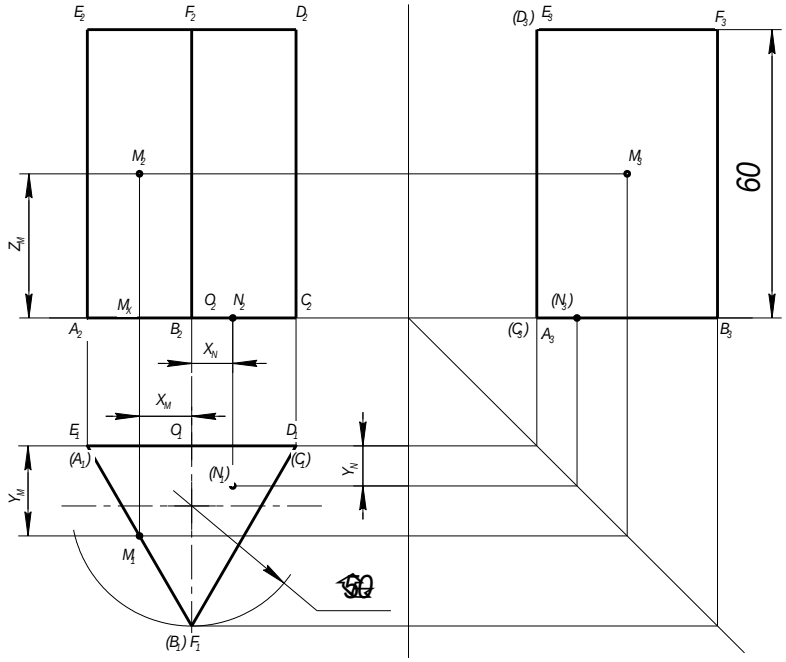
Призмою ***називається многогранник, що утворюється перерізом призматичної поверхні двома паралельними площинами.***

Дві грані призми (основи) є однаковими многокутниками з відповідно паралельними сторонами, а бічні грані в загальному випадку — паралелограмами (мал. 178, б). Лінії перетину граней називаються ребрами. Ребра призми поділяють на бічні і ребра основи. Точки перетину ребер, або точки, в яких сходяться грані, називаються вершинами многогранника.

Призма називається прямою (мал. 178, а, в, г), коли бічні ребра перпендикулярні до основи, і похилою (мал. 178, б), коли вони не перпендикулярні. Бічні грані прямої призми — прямокутники, похилої — паралелограми. Призми поділяються на правильні і неправильні. Правильною називається призма, в основі якої лежить правильний многокутник. За формою основи призми бувають трикутні, чотирикутні, шестикутні і т. д. Коли в основі призми лежить прямокутник або паралелограм, вона називається паралелепіпедом. Прямий паралелепіпед, в основі якого лежить прямокутник, називається прямокутним (мал. 178, в).



Побудова проекцій призми на комплексному кресленні (мал. 179). Треба побудувати проекції прямої правильної трикутної призми, що стоїть на площині $П_1$. Основа вписана в коло діаметром 50 мм, висота призми — 60 мм. На площину проекцій призма проектується рівностороннім трикутником, який є проекцією нижньої і верхньої основ призми. Сторони трикутника є проекціями бічних граней призми, а його вершини — проекціями бічних ребер. На площині проекцій $П_2$ призма зобразиться у вигляді прямокутника, величина якого дорівнює грані, паралельній площині $П_2$. Проекція переднього ребра призми ділить прямокутник навпіл. На площину $П_3$ призма проектується у вигляді прямокутника, величина якого буде меншою за натуральну величину бічної грані призми. На мал. 139, а побудову профільної проекції виконано за допомогою постійної прямої креслення.



Мал. 179

Аналіз креслення призми. Призма, зображена на мал. 179, має 5 граней, 9 ребер і 6 вершин. Грань ABC — нижня основа призми — лежить у площині проекцій $П_1$, а верхня основа EFD паралельна площині $П_1$ і віддалена від неї на 60 *мм.* На горизонтальну площину проекцій верхня і нижня основи призми проектуються в натуральну величину. Бічна грань AEDC, паралельна площині проекцій $П_2$, зобразиться на ній в натуральну величину. Ліва і права грані AEFB і FDCB — горизонтально проектуючі площини — на фронтальній і профільній проекціях зображені скороченими. Величина скорочення залежить від кута нахилу грані до відповідної площини проекцій. Чим більший кут нахилу, тим більше скорочення цієї грані. Грані AEFB і FDCB розміщено до площини $П_2$ під кутом 60°, а до площини $П_3$ — під кутом 30°. Тому величина скорочення цих граней на фронтальній площині проекцій більша порівняно із

скороченням на профільній проекції (тобто площа прямокутника $A_2E_2P_2B_2$ менша за площу $A_3E_3F_3B_3$).

124

Шість ребер призми є ребрами верхньої і нижньої основ. Ребра AB, BC, CA лежать у горизонтальній площині $П_1$ а ребра EF, Fd, DE паралельні цій площині і проектуються на $П_1$ у натуральну величину. Ребра AC і ED — профільно проектуючі прямі, які на $П_1$ і $П_2$ зображені відрізками, паралельними осі Ox. Бічні ребра призми — горизонтально проектуючі прямі. На площину $П_1$ вони проектуються у вигляді точок, а на $П_2$ і $П_3$ — у вигляді відрізків, перпендикулярних до осей проекцій Ox і Oy_3. Ці відрізки дорівнюють натуральній величині ребер призми.

Видимість елементів призми. Горизонтальна проекція — це зображення призми в напрямі стрілки I (мал. 181). Тому на площині $П_1$ видимою буде лише верхня основа призми. Стрілка II показує напрям променів зору при побудові фронтальної проекції; отже, на цій проекції грані AEFB і FDCB видимі, а грань AEDC — невидима.

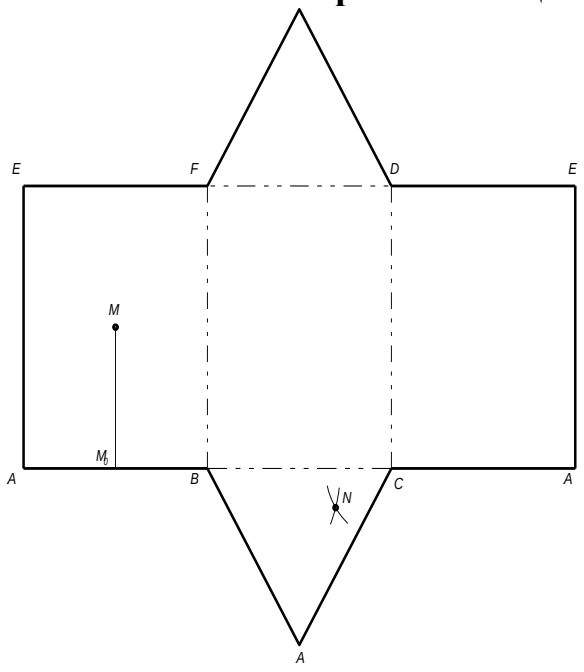
На профільній площині видимою буде лише бічна грань ***AEFB,*** бо напрям зору відповідає стрілці ***III.***

Визначення проекцій точок, що лежать на поверхні призми. На мал. 179 задано фронтальну проекцію M_2 точки, яка лежить на лівій бічній грані призми. Ця грань перпендикулярна до площини $П_1$ і проектується на неї відрізком A_1B_1. Отже, горизонтальна проекція M_1 точки лежить на цьому відрізку. Проекцію M_3 знайдено за допомогою постійної прямої креслення. На цьому самому рисунку побудовано фронтальну і профільну проекції невидимої точки ***N,*** яка лежить на нижній основі призми. Побудова зрозуміла з креслення.

Розміри призми. З розмірів, що характеризують правильну пряму призму, досить показати на кресленні висоту призми і діаметр кола, в яке вписано рівносторонній трикутник основи.

Побудова розгортки призми (мал. 180***).***

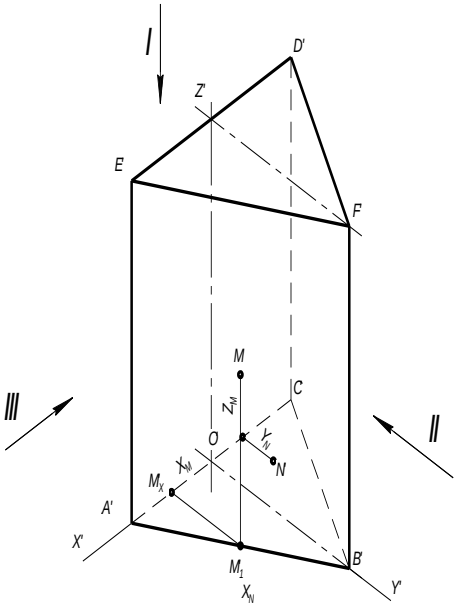
Розгорткою многогранника називається фігура, яка утворюється внаслідок суміщення всієї його поверхні з площиною.



Мал. 180

Розгортка бічної поверхні призми є прямокутник, довжина якого — периметр трикутника основи, а висота дорівнює висоті призми. Щоб розгортка була повною, докреслюють верхню і нижню основи призми. На розгортку переносять точки **M** і **N.** Для цього на ребрі **AB** відкладають відрізок $\mathbf{AM_0}$ — A_1M_1 і через точку $\mathbf{M_0}$ проводять пряму, паралельну напряму бічних ребер призми. Відкладають на цій прямій відрізок $\boldsymbol{M_0M}$, що дорівнює відрізку $\boldsymbol{M_xM_2}$. Точку ***N*** побудовано способом засічок. Вимірюють циркулем на горизонтальній проекції відрізки B_1N_1 і і з точок ***B*** та ***C*** як із центрів проводять дуги до взаємного їх перетину в точці ***N.*** На прямокутнику розгортки лінії перегину (ребра призми) креслять суцільною тонкою лінією.

Побудова аксонометричного зображення призми. На мал. 181 призма зображена в прямокутній ізометрії.



Мал.181

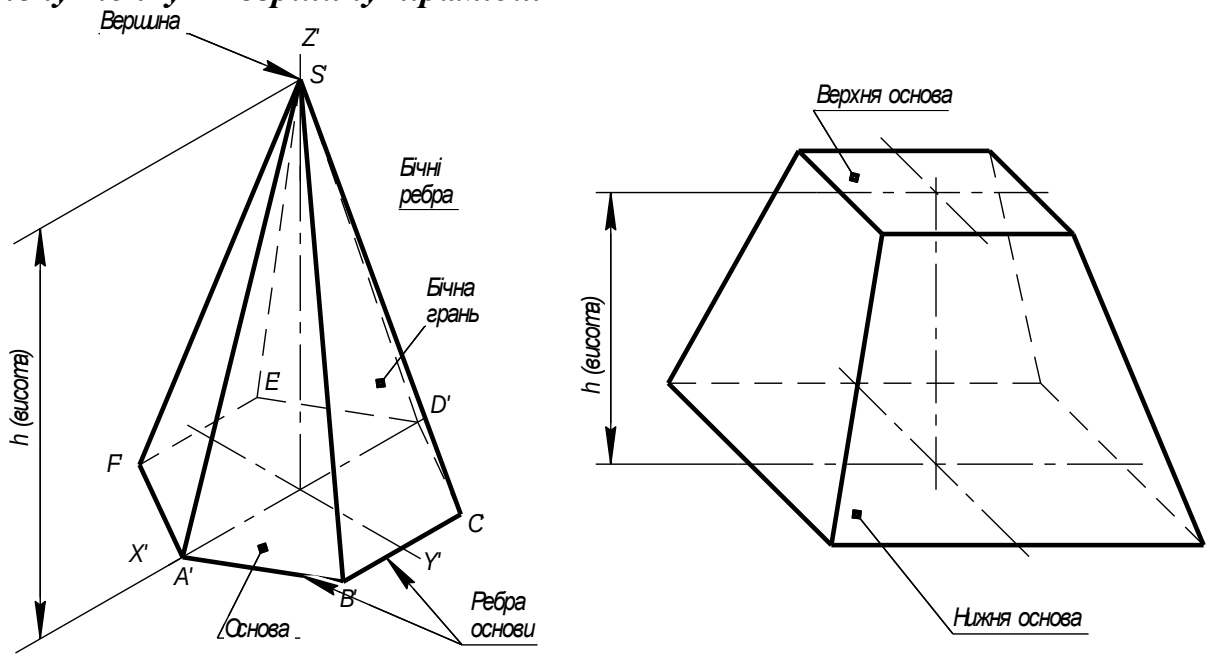
Проводять аксонометричні осі **x', y', r'** і будують зображення нижньої основи призми**.** Відкладають по осі **x'** відрізки **O'A'** і **O'C'**, що дорівнюють відповідно O_1A_1 і O_1C_1, і дістають вершини **A'** і **C'** трикутника**.** По осі **y'** відкладають висоту трикутника основи, тобто **O'B'** = O_1B_1. Сполучаючи точки **A', B', C',** дістають зображення нижньої основи призми. З вершин основи проводять прямі, паралельні осі **z'**, і відкладають на них відрізки, що дорівнюють довжині бічних ребер призми, наприклад **A'E'** = $\mathbf{A_2E_2}$**.** Сполучаючи кінцеві точки цих відрізків, мають зображення верхньої основи призми. Невидимі ребра наводять штриховою лінією. Переносять на аксонометричне зображення точки **M** і **N.** Роблять це способом координат. Вліво від точки O' по осі **x'** відкладають відрізок $\mathbf{O'M'x = x_м}$ і проводять пряму, паралельну осі **y',** до перетину з ребром основи *в точці* $\mathbf{M'_1}$**.** *З* утвореної вторинної проекції M'_1 проводять пряму, паралельну осі **z'**, і відкладають на цій прямій відрізок $\boldsymbol{M'_1M'}$, який дорівнює $\boldsymbol{z_м}$**.** Лінія $\boldsymbol{O'M'_xM'_1M'}$, що складається з трьох ланок, кожна з яких дорівнює відповідно одній з координат точки ***M,*** є **триламковою координатною ламаною лінією.**

Піраміда

Якщо твірна лінія, що проходить через сталу точку, ковзає по замкненій ламаній лінії, то утворюється многогранний кут, або пірамідальна поверхня.

Перерізаючи пірамідальну поверхню площиною, дістають піраміду.

Отже, пірамідою називається многогранник (мал. 182), одна грань якого (основа) є многокутник, а бічні грані — трикутники, що мають спільну точку — вершину піраміди.



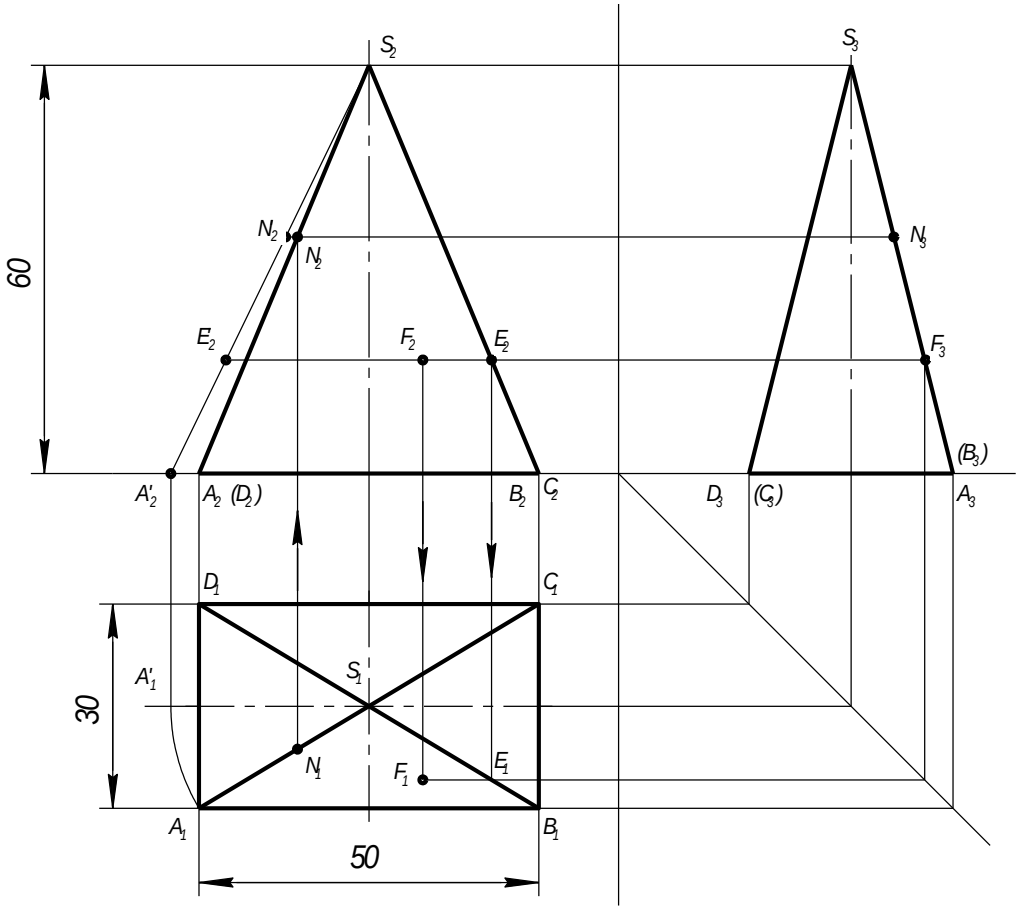
Мал. 182

Лінії перетину граней називаються ***ребрами.*** Ребра піраміди поділяють на ***бічні*** і ***ребра основи.***

За формою основи піраміди бувають трикутні, чотирикутні, п'ятикутні і т. д. Піраміда називається ***правильною,*** коли в її основі лежить правильний многокутник і вісь проходить через центр основи. Бічні грані правильної піраміди — рівнобедрені трикутники.

Найкоротша відстань від вершини до основи називається ***висотою піраміди.*** Якщо піраміду розсікти площиною, паралельною її основі, то утвориться така частина піраміди, яка між основою і січною площиною називається ***зрізаною пірамідою*** (мал. 182). Сторони верхньої і нижньої основ зрізаної піраміди паралельні між собою. Зрізана піраміда називається правильною, коли в її основах лежать правильні многокутники.

Побудова проекцій піраміди на комплексному кресленні. Треба побудувати проекції піраміди, в основі якої лежить прямокутник із сторонами 30, 50 ***мм*** і висотою 60 ***мм*** (мал. 183***).*** Горизонтальна проекція піраміди є прямокутником, поділеним діагоналями на трикутники. За формою і розмірами цей прямокутник дорівнює основі піраміди. Трикутники є проекціями бічних граней піраміди. На площині проекцій $П_2$ піраміда зображується трикутником з основою 50 ***мм*** і висотою 60 ***мм,*** що дорівнює висоті піраміди.



Мал. 183

Трикутник $A_2S_2B_2$ є проекцією передньої видимої грані піраміди. На площині $П_3$ піраміда зображується також трикутником з основою 30 ***мм*** і висотою 60 ***мм.*** Трикутник $D_3S_3F_3$ є проекцією лівої бічної грані.

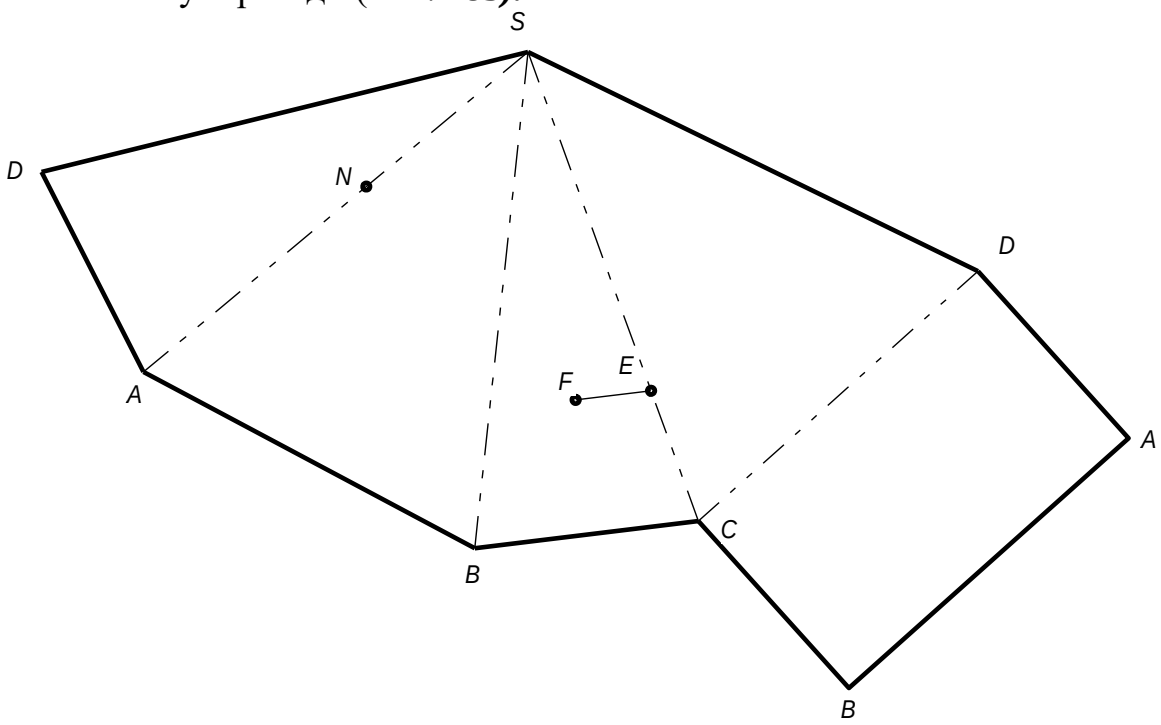
Аналіз креслення піраміди. Піраміда, зображена на рис. 183**,** має 5 граней, 8 ребер, вершину S і чотири вершини прямокутника основи. Грані ***SAD*** і ***SBC*** — фронтально проектуючі площини, які на площині $П_2$ зображуються відрізками прямих, а на площинах $П_3$ і $П_1$ — трикутниками зменшеної величини. Величина зменшення залежить від кута нахилу цих граней до площин $П_1$ і $П_3$. Грані ***SAB*** і ***SDC*** — профільно проектуючі площини, які на $П_3$ зображуються відрізками прямих, а на $П_1$ і $П_2$ — трикутниками зменшеної величини. Основа піраміди ***ABCD*** лежить у площині $П_1$ і проектується на неї в натуральну величину. Ребра ***AB*** і ***CD*** — профільно проектуючі, а ребра ***AD*** і ***BC*** — фронтально проектуючі прямі. Бічні ребра SA, ***SB, SC, SD*** — прямі загального положення, які на жодну з площин проекцій не проектуються в натуральну величину.

Видимість елементів піраміди. На горизонтальній проекції видимими будуть усі чотири бічні грані, на площині $П_2$ видимою буде грань ***ASB,*** а на площині $П_3$ — грань ***ASD.*** Грані ***ASD*** і ***BSC*** проектуються відрізками прямих на площину $П_2$, а грані ***CSD*** і ***ASB*** — на площину $П_3$. Задня невидима грань ***CSD*** зливається з контуром передньої грані ASB на фронтальній площині, а грань ***CSB*** з ***ASD*** — на профільній.

Визначення проекцій точок, що лежать на поверхні піраміди.
На мал. 183 задано горизонтальну проекцію N_1 точки, яка лежить на ребрі AS. Виходячи з умови, що точка лежить на прямій, коли її проекції лежать на однойменних проекціях цієї прямої, проводять вертикальну і горизонтальну лінії зв'язку і знаходять фронтальну N_2 і профільну N_3 проекції.

Задано також фронтальну проекцію ***F₂*** точки, яка лежить на передній грані ***ASB.*** Горизонтальну проекцію ***F₁*** можна знайти двома способами. Перший полягає в тому, що використовують збиральні властивості профільно проектуючої грані ***ASB.*** На площині $П_3$ ця грань зобразиться відрізком A_3S_3. Провівши з ***F₂*** лінію зв'язку, знаходять профільну проекцію ***F***з і за двома проекціями визначають горизонтальну проекцію F_1. При другому способі через задану точку в площині грані ***ASB*** проводять допоміжну пряму (мал. 183***).*** Фронтальна проекція ***F₂E₂*** Цієї прямої проведена паралельно ***A₂B₂,*** тому й горизонтальна її проекція ***F₁E₁*** піде паралельно. Опустивши з ***F₂*** вертикальну лінію зв'язку до перетину з ***E₁F₁*** знаходять горизонтальну проекцію ***F₁*** точки ***F.***

Розміри піраміди. Пряму піраміду з прямокутною основою характеризують три розміри: 30 і 50 ***мм,*** що визначають основу піраміди, і 60 ***мм,*** що визначає висоту піраміди (мал. 183***).***

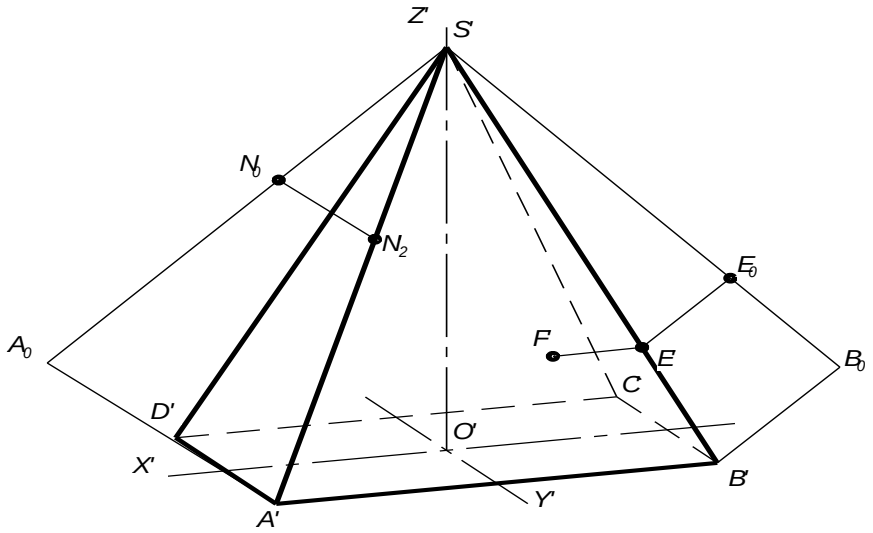


Мал. 184

Побудова розгортки піраміди. Для побудови розгортки піраміди треба визначити натуральну величину всіх її ребер. Ребра основи проектуються в справжню величину на площину проекцій $П_1$. Натуральну величину одного з бічних ребер, наприклад SA, знаходять способом обертання (мал. 183***)*** навколо осі, що проходить через вершину піраміди S перпендикулярно до її основи. Горизонтальна проекція ребра після обертання займе положення $S_1A'_1$, паралельне осі ***Ox.*** На фронтальній площині проекцій точка ***A₂*** переміщується в положення ***A'₂.*** Пряма $S_2A'_2$ — натуральна величина бічного ребра піраміди.

З довільної точки S (мал. 184***)*** радіусом, що дорівнює натуральній величині бічного ребра, тобто ***SD*** = $S_2A'_2$, проводять дугу кола, на якій засікають чотири хорди, що відповідно дорівнюють розмірам сторін основи піраміди, наприклад ***AD =A₁D₁, AB = A₁B₁*** тощо.

Сполучаючи точки ***S, D, A, B, C, D, S, ,*** дістають розгортку бічної поверхні. Добудовують прямокутник основи піраміди. При обертанні ребра SA до положення, паралельного фронтальній площині проекцій, точка ***N,*** що лежить на цьому ребрі, переміститься в положення ***N'.*** Вимірюють величину відрізка $S_2N'_2$ і відкладають її на розгортці ***(SN*** = $S_2N'_2$). Якщо обертати ребро ***BS*** до положення, паралельного площині проекцій $П_2$, точка ***E₂*** переміститься паралельно осі ***Ox*** і займе положення ***E'₂.*** Відкладають на ребрі ***BS*** розгортки відрізок ***SE — S₂E'₂.*** З точки ***E*** проводять пряму ***EF,*** паралельну ребру ***AB,*** і знаходять на цій прямій точку ***F (EF = E₁F₁).***



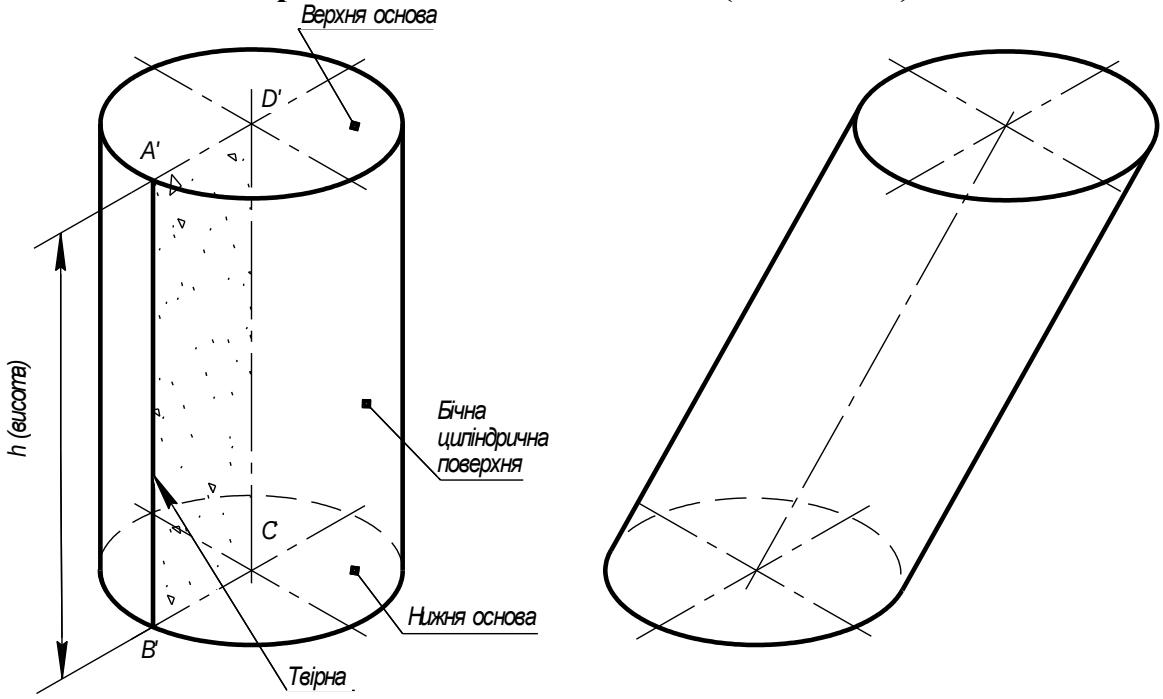
Мал. 185

Побудова аксонометричного зображення. На мал. 185 піраміду побудовано в прямокутній диметрії. Проводять аксонометричні осі ***x', y', z'.*** Побудову починають з основи піраміди, відкладаючи по осі ***x'*** довжину прямокутника, тобто 50 ***мм,*** а по осі ***y'*** — половину ширини прямокутника, тобто 15 ***мм.*** Основа піраміди зобразиться у вигляді паралелограма. З точки ***O'*** по осі ***z'*** відкладають висоту піраміди (60 ***мм)*** і знайдену проекцію S' вершини сполучають з вершинами ***A', B', C', D'*** основи. Невидимі ребра наводять штриховою лінією. Для зображення в диметрії точок ***N*** і ***F*** використовують правило пропорційного ділення відрізка (зауважимо, що аксонометрія — це паралельна проекція і для неї зберігаються всі закони паралельного проектування, зокрема правило пропорційного ділення). З точки S' під довільним кутом проводять пряму, на якій відкладають відповідно відрізки $S'N_0 = S_2N_2$ і $N_0A_0 = N_2A_2$. Точку A_0 сполучають з ***A',*** а з точки ***N₀*** проводять пряму N_0N', паралельну A_0A'. Точка ***N'*** — шукана проекція точки ***N.*** Аналогічно знаходять точку E'. З точки ***E'*** проводять пряму ***E'F'*** ‖ ***A'B'*** і відкладають відрізок ***E'F' = E₁F₁.***

Циліндр

Якщо прямокутник ***ABCD*** (мал. 186, ***а)*** обертати навколо однієї з його сторін, наприклад ***CD,*** то протилежна сторона ***AB*** опише циліндричну поверхню, а малі сторони прямокутника ***AD*** і ***BC*** опишуть дві площини, які матимуть форму кругів.

Циліндром **називається тіло, обмежене циліндричною поверхнею і двома паралельними площинами (основами).**



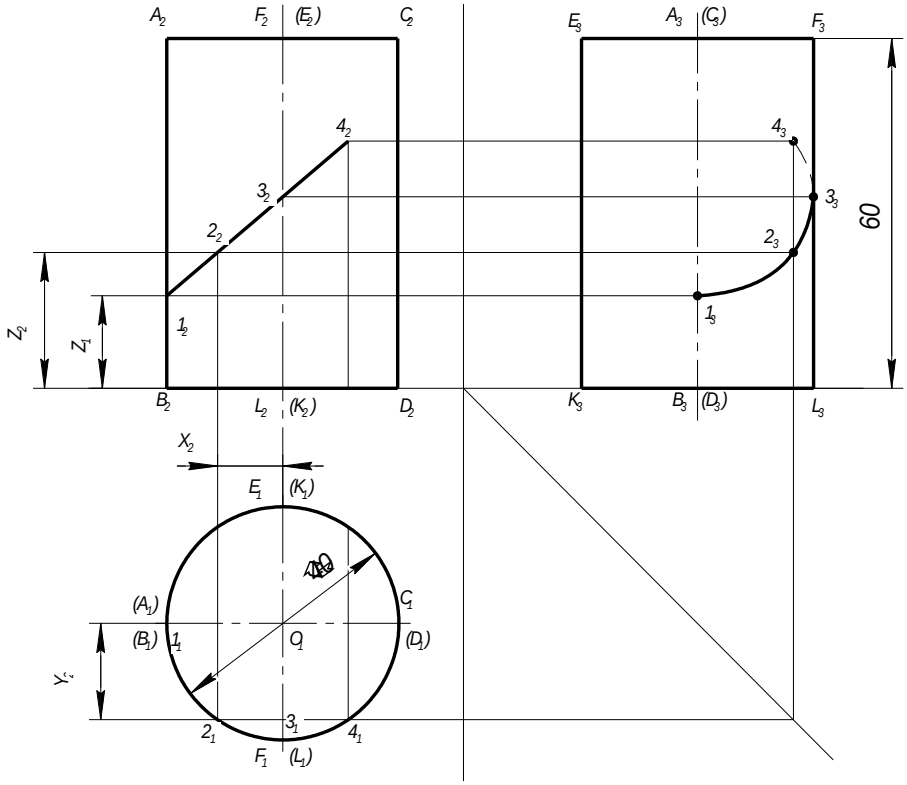
а б

Мал. 186

Пряма **і** — ***вісь циліндра, а AB*** — його ***твірна.*** Відстань між площинами основ називається ***висотою.*** Циліндри поділяють на ***прямі*** (мал. 186, ***а)*** і ***похилі*** (мал. 186, б). Прямим називається циліндр, в якого твірні перпендикулярні до основи. Технічні деталі найчастіше мають форму прямих кругових циліндрів.

Побудова проекцій циліндра на комплексному кресленні. Треба побудувати проекції прямого кругового циліндра, діаметр основи якого дорівнює 40 ***мм,*** а висота 60 ***мм.*** Вісь циліндра перпендикулярна до площини $П_1$ (мал. 187***).*** На горизонтальну площину циліндр проектується у вигляді круга діаметром 40 ***мм,*** на площини $П_2$ і $П_3$ — у вигляді прямокутників, висота яких дорівнює висоті циліндра (60 ***мм),*** а ширина — діаметру основи (40 ***мм).***

Аналіз креслення циліндра. Нижня основа циліндра лежить у площині проекцій $П_1$ а верхня паралельна цій площині і розміщена від неї на відстані 60 ***мм.*** На горизонтальну площину проекцій обидві основи проектуються в натуральну величину, тобто у вигляді круга діаметром 40 ***мм.*** Коло, що обмежує основу, є проекцією бічної циліндричної поверхні. Твірні цієї поверхні займають горизонтально проектуюче положення і проектуються на $П_1$ у вигляді точок.



Мал. 187

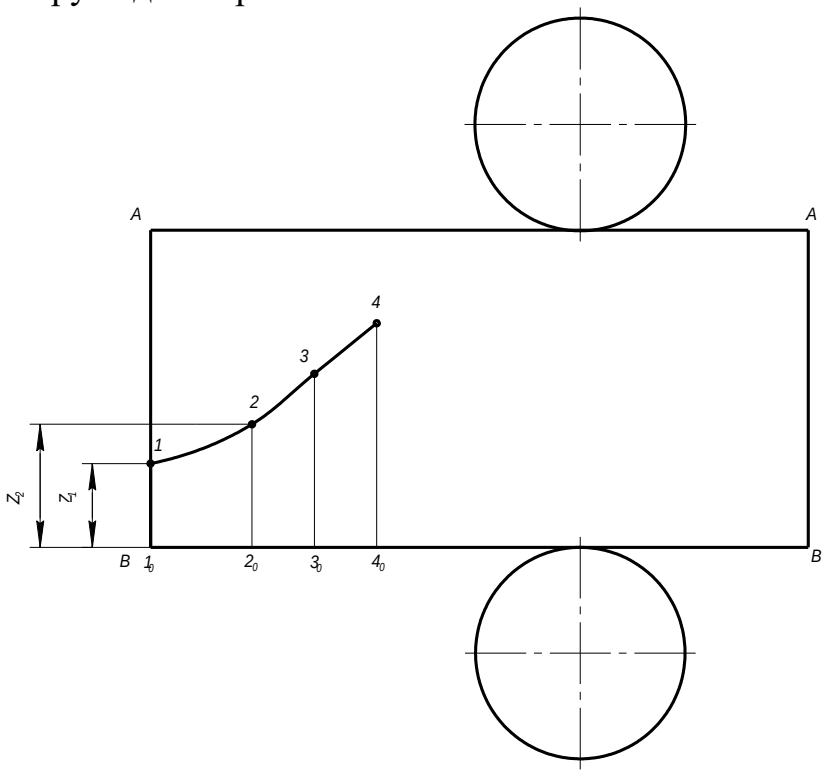
Коло основи на $П_1$ є слідом-проекцією циліндричної поверхні і має збиральні властивості. Це означає, що на цьому колі розміщені горизонтальні проекції довільних точок, ліній, фігур, які лежать на бічній циліндричній поверхні. Твірні ***AB*** і CD, що обмежують прямокутник на фронтальній площині, називаються ***обрисними.*** На площині $П_3$ проекції ~~***цих твірних зливаються з віссю симетрії. Твірні EK і FL є обрисними відносно профільної площини проекцій.***~~

Видимість елементів циліндра. На площині $П_1$ видимою буде лише верхня основа циліндра. На фронтальній площині проекцій видимою є передня частина циліндричної поверхні. Межами, що відокремлюють видиму частину поверхні від невидимої, є проекції обрисних твірних A_2B_2 і C_2D_2. На профільній площині видимою є ліва частина циліндра.

Знаходження проекцій точок, що лежать на поверхні циліндра. Замість однієї точки побудуємо проекцію лінії, що лежить на бічній поверхні циліндра. Беремо на цій лінії ряд точок (мал. 187***).*** Характерними є крайні точки ***1, 4*** і точки ***1, 3,*** що лежать на обрисних твірних. Точка ***2*** — проміжна, або випадкова. Горизонтальні проекції всіх цих точок зливаються з проекцією поверхні циліндра (з колом), що обмежує основу циліндра. Координатним способом знаходять профільні проекції точок і сполучають їх плавною кривою. Частина кривої $3_3 4_3$ буде невидимою, бо вона лежить на невидимій половині поверхні циліндра — за обрисною твірною.

Розміри і кількість проекцій циліндра. Прямий круговий циліндр визначається двома розмірами: діаметром кола основи і висотою. Якщо технічна деталь має циліндричну форму, то для її зображення досить однієї проекції, бо значок «Ø» свідчить про те, що деталь має форму тіла обертання.

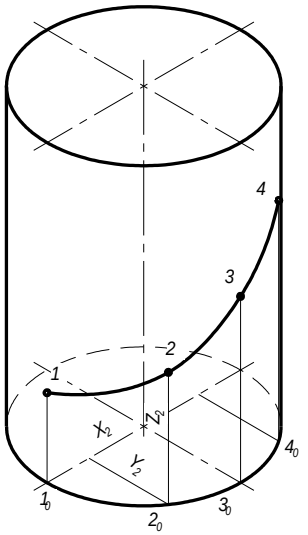
Розгортка циліндра (мал. 188). Розгорткою бічної поверхні циліндра є прямокутник, довжина якого дорівнює довжині кола основи циліндра, тобто в нашому випадку πd = 3,14 х 40 = 125,6 ***мм,*** а висота дорівнює висоті циліндра (60 ***мм).*** Щоб мати повну розгортку, додають верхню і нижню основи циліндра, тобто два круги діаметром 40 ***мм.***



Мал. 188

Для того щоб побудувати на розгортці лінію ***1—2—3—4,*** відкладають на основі прямокутника довжину окремих дуг кола між точками 1_1, 2_1, 3_1, 4_1 (наближено можна відкласти довжину відповідних хорд). З точок ***B***, 2_0, 3_0, 4_0 проводять вертикальні прямі, на яких підкладають висоти окремих точок, наприклад $B1 = z_1$, $2_0 2 = z_2$ і т. д. Точки ***1, 2, 3, 4*** сполучають плавною кривою.

Побудова аксонометричного зображення циліндра. На мал. 189 циліндр зображено в прямокутній ізометрії. Проводять аксонометричні осі ***x', y', z'*** і будують зображення нижньої основи циліндра.

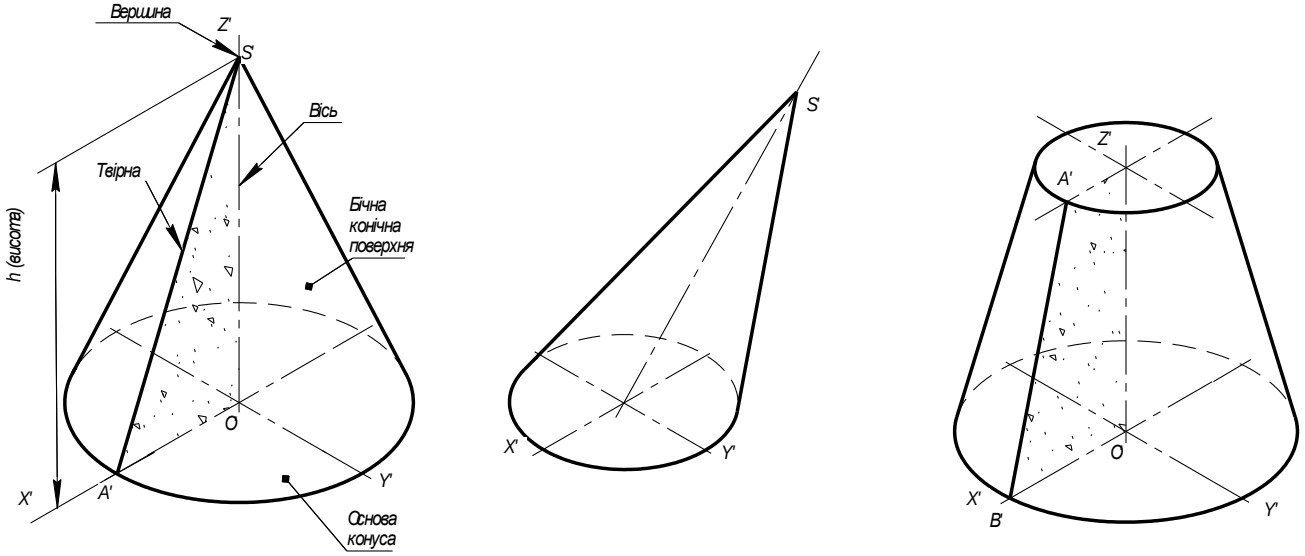


Мал. 189

Коло проектується в еліпс, який спрощено будують як овал. З точки O' на осі ***z'*** підкладають відрізок ***O'O'₁*** (висоту циліндра) і будують ізометрію верхньої основи циліндра, яка за розмірами і формою повністю відповідає нижній основі. Проводять дотичні до кінців великих осей овалів і дістають зображення циліндра в ізометрії. Використовуючи триланкоиу координатну ламану лінію, знаходять зображення точок ***1', 2', 3', 4'*** (мал. 189***)*** в ізометрії***.*** Знайдені точки сполучають плавною кривою.

Конус

Якщо прямокутний трикутник ***A'S'O'*** (мал. 190, ***а)*** обертати навколо одного з його катетів, наприклад ***S'O',*** як навколо осі, то гіпотенуза A'S' опише конічну поверхню, а катет ***A'O',*** перпендикулярний до осі обертання, опише площину, яка має форму круга.



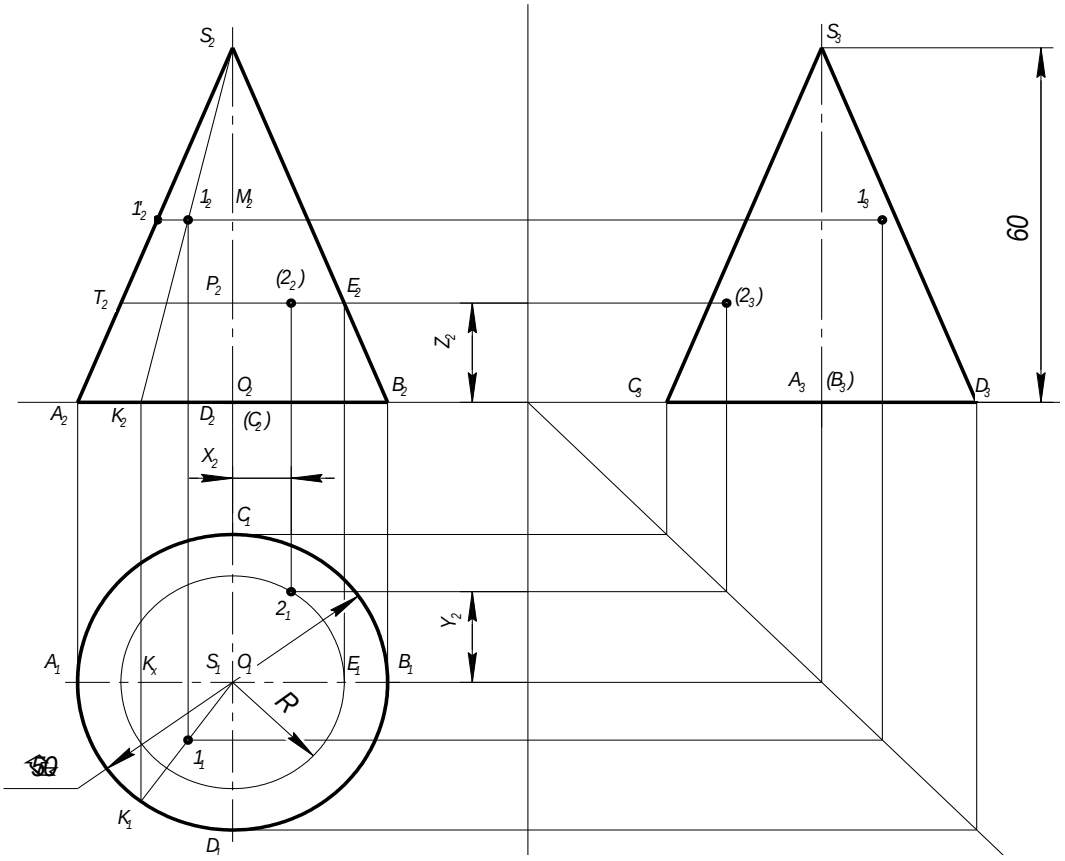
а ***б*** ***в***

Мал. 190

Конусом називається тіло, обмежене конічною бічною поверхнею і площиною, що перерізає всі його твірні.

Пряма **і — *вісь конуса,*** а A'S' — його ***твірна.*** Точка S' — ***вершина конуса.*** Перпендикуляр, опущений з вершини на площину основи, називається ***висотою конуса.*** Конуси поділяють на ***прямі*** (мал. 190, ***а)*** і ***похилі*** (рис. 190, ***б).*** Прямим круговим називається конус, в основі якого лежить круг, а висота проходить через центр основи. На мал. 190, ***в*** зображено зрізаний конус, який можна розглядати як тіло, утворене обертанням прямокутної трапеції навколо бічної сторони ***O'C',*** перпендикулярної до основи.

Побудова проекцій конуса на комплексному кресленні. Треба побудувати проекції прямого кругового конуса, діаметр основи якого дорівнює 50 ***мм,*** а висота — також 60 ***мм.*** Вісь конуса перпендикулярна до площини $П_1$ (мал. 191***).***



Мал.191

На горизонтальну площину проекцій конус проектується у вигляді круга діаметром 50 ***мм,*** центр якого є проекцією вершини конуса. На площинах $П_2$ і $П_3$ конус зобразиться рівнобедреним трикутником, основа якого дорівнює діаметру кола (50 ***мм),*** а висота — висоті конуса (60 ***мм).***

Аналіз креслення конуса. Основа конуса лежить у площині $П_1$ і проектується на неї в натуральну величину. Бічна поверхня конуса — це лінійчаста криволінійна поверхня, усі твірні якої проходять через спільну точку — вершину конуса S. Твірні SA і ***SB*** є обрисними твірними відносно площини проекцій $П_2$, а твірні ***SC*** і SD — обрисні відносно площини $П_3$. Ці твірні є лініями рівня і тому проектуються на $П_2$ і $_3$ в натуральну величину. Усі інші твірні займають у просторі загальне положення.

Видимість елементів конуса. На площині $П_1$ видимою буде вся бічна поверхня конуса. На фронтальній площині проекцій видимою є передня частина конічної поверхні. Межею, що відокремлює видиму частину поверхні від невидимої, є проекції S_2A_2 і S_2B_2 обрисних твірних. На профільній площині видимою є ліва частина конуса.

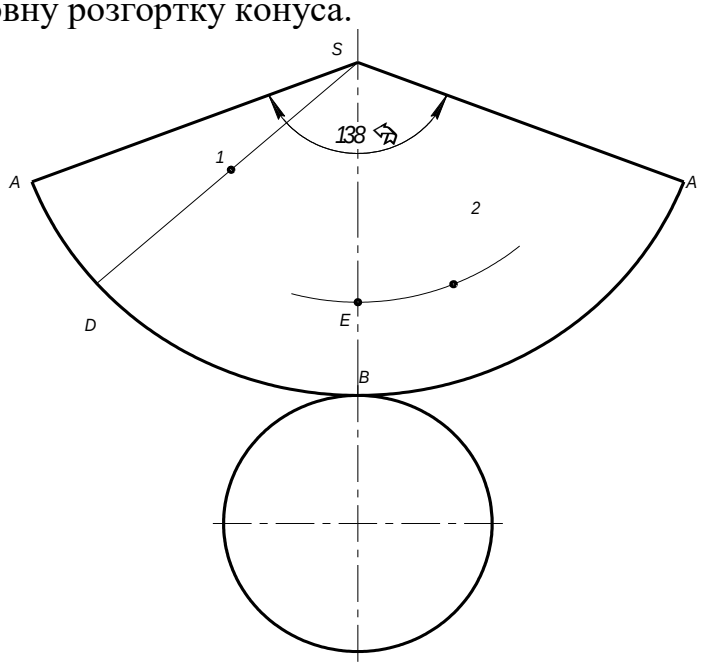
Знаходження проекцій точок, що лежать на поверхні конуса. Для цього використовують твірні або кола, що лежать на поверхні конуса. Наприклад, треба знайти горизонтальну і профільну проекції точки ***1,*** якщо відома її фронтальна проекція 1_2 (мал. 191***).*** Через S_2 і ***1_2*** проводять фронтальну проекцію ***S_2K_2*** твірної конуса. Знаходять її горизонтальну проекцію S_1K_1 і на перетині цієї проекції з лінією зв'язку, проведеною з 1_2, знаходять шукану проекцію ***1_1.*** За координатою ***y_1*** цієї точки визначають профільну проекцію ***1_3.***

Горизонтальну проекцію точки ***2*** знайдено іншим способом. Через точку 2_2 будують на конусі допоміжне коло. На фронтальній проекції це коло має вигляд горизонтальної прямої. Діаметр його визначиться відрізком ***E_2T_2***, розміщеним між крайніми твірними конуса.

Вимірявши радіус R, будують цим радіусом на площині $П_1$ коло з центра O_1. Перетин лінії зв'язку, проведеної з точки ***2_2,*** з допоміжним колом визначить проекцію ***2_1.*** Профільну проекцію ***2_3*** знаходять координатним способом.

Розміри і кількість проекцій конуса. Прямий круговий конус визначається двома розмірами: діаметром кола основи і висотою. Для зображення технічної деталі, що має форму конуса, досить однієї проекції, бо значок «Ø» діаметра свідчить, що деталь має форму тіла обертання.

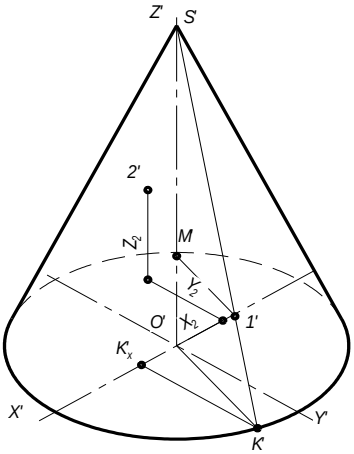
Розгортка конуса (мал. 192*). Бічна поверхня конуса в розгорнутому вигляді є сектором круга, радіус якого дорівнює натуральній величині твірної конуса AS, а кут α при вершині обчислюється за формулою α° = 180°d/l. У нашому випадку довжина твірної, виміряна на рисунку, l = 65 ***мм,*** а діаметр ***d=50 мм,*** отже α^0 = 180°x50/65 = 138°. Прибудувавши основу — круг діаметром 50 ***мм,*** мають повну розгортку конуса.



Мал. 192

На розгортці треба показати положення точок ***1*** і ***2.*** Для цього знаходять на розгортці твірну ***SK,*** відкладаючи величину дуги ***AK (AK=A_1K_1)***. Роблять це, як правило, наближено, ділячи дугу A_1K_1 на дві-три невеликі частини і замінюючи розмір дуги розміром відповідної хорди. Знайдену точку ***K*** сполучають з вершиною S. На твірній ***KS*** треба відкласти справжню величину відстані від вершини до точки ***1.*** Щоб знайти цю величину, повертають твірну на комплексному кресленні навколо осі, що проходить через вершину конуса перпендикулярно до площини $П_1$, до збігу з обрисною твірною AS. Тоді точка ***1*** переміститься в положення ***1'*** і відстань $S_21'_2$ буде шуканою натуральною відстанню. Відкладають відрізок ***S1*** = $S_21'_2$. Щоб знайти на розгортці точку ***2,*** з вершини S як із центра проводять дугу кола радіусом ***SE*** = S_2E_2 і на проведеній дузі відкладають відрізок ***E2 = E_12_1.***

Побудова ізометричного зображення конуса (мал. 193). Проводять аксонометричні осі ***x′, y′, z′*** і будують зображення основи конуса**.** З точки O′ відкладають по осі ***z′*** висоту конуса і із знайденої вершини S′ проводять дотичні до основи.

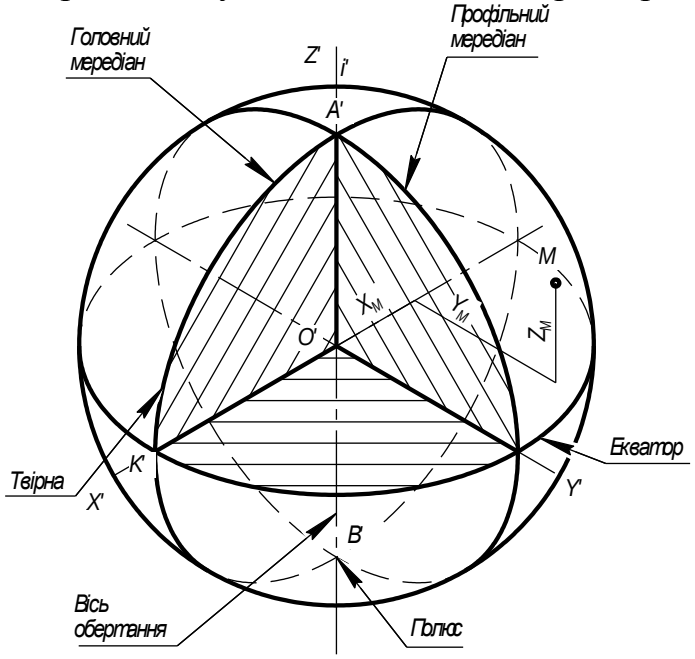


Мал. 193

Щоб знайти в ізометрії зображення точки 1, відкладають по осі ***x′*** відрізок $O'K'_x=O_1K_x$ і з точки ***K′***$_x$ проводять пряму, паралельну осі ***y′.*** Знайдену точку ***K′*** сполучають із S′. Пряма ***S′K′*** — твірна, на якій лежить точка ***1.*** Відкладають по осі ***z′*** координату z_1 цієї точки $(O'M'=z_1=O_2M_2)$ і з точки ***M′*** проводять пряму $M'1' \parallel O'K'$ ***(O′K′*** — вторинна проекція твірної ***5K).*** Точку ***2′*** на мал. 193 знайдено координатним способом.

Куля (сфера)

Якщо півколо ***A′K′B′*** обертати навколо діаметра ***A′B′*** (мал. 194), то дуга ***A′K′B′*** опише сферичну поверхню. Пряма **і** — ***вісь обертання,*** дуга ***A′B′*** — ***твірна*** цієї поверхні. Усі точки сферичної поверхні рівновіддалені від однієї точки — центра кулі O′. Довільна пряма, що проходить через центр кулі, є ***віссю симетрії*** поверхні. На кулі виділяють такі характерні лінії:

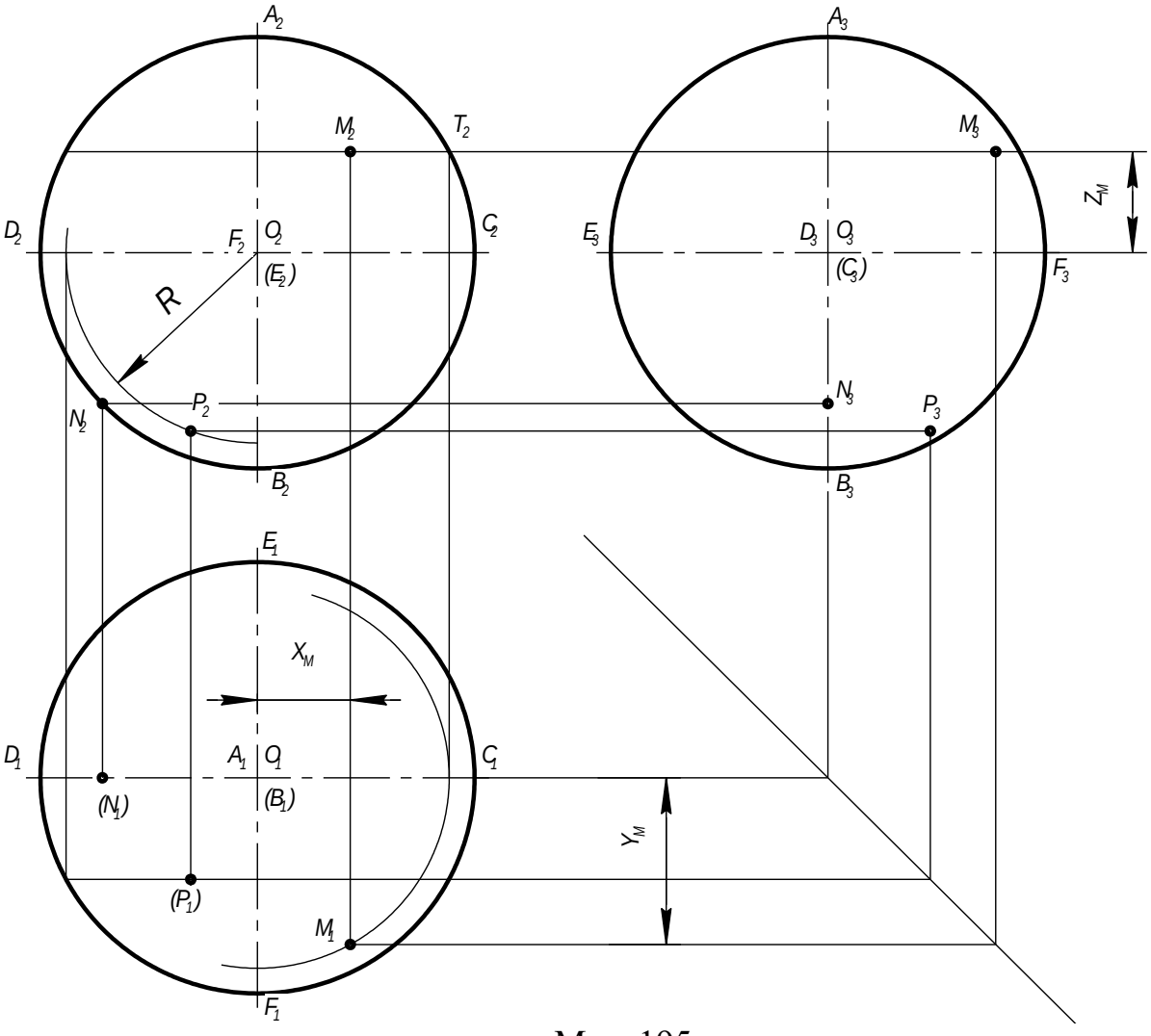


Мал. 194

- ***паралелі*** — кола, утворені в перерізі кулі площинами, перпендикулярними до її вертикальної осі. ***Паралель, яка проходить через центр, називається екватором.***

- ***меридіани*** — кола, утворені в перерізі кулі площинами, що проходять через вісь обертання. ***Головними меридіанами є фронтальний і профільний.***

Побудова проекцій кулі. На всі три площини проекцій $П_1$, $П_2$ і $П_3$ куля проектується у вигляді кіл, діаметри яких дорівнюють діаметру великого кола кулі (мал. 195). На рисунку зображено проекції кулі діаметром 60 ***мм.*** Коло, в яке проектується куля на горизонтальну площину, є екватором, фронтальною і профільною проекцією якого будуть відрізки C_2D_2 і E_3F_3. Фронтальний меридіан проектується в коло на площину $П_2$, а на площини $П_1$ і $П_3$ — у відрізки C_1D_1 і A_3B_3, які паралельні осям проекцій і дорівнюють діаметру кола. Профільний меридіан проектується в коло на площину $П_3$, а на $П_1$ і $П_2$ — у відрізки A_2B_2 і ~~E_1F_1~~.



Мал. 195

Видимість поверхні кулі. На горизонтальній площині екватор поділяє кулю на верхню видиму і нижню невидиму частини. Усі точки, що лежать вище від екватора, будуть видимі на горизонтальній площині проекцій. Межами видимості на фронтальній проекції є фронтальний, а на профільній — профільний меридіан.

Побудова проекцій точок на поверхні кулі. На мал. 195 задано фронтальну проекцію ***M_2*** точки ***M.*** Щоб знайти дві інші її проекції, проводять через точку ***M*** допоміжне коло — паралель кулі. Діаметр цієї паралелі визначиться відрізком K_2T_2. Вимірявши радіус будують коло на площині проекцій і проводять з проекції ***M_2*** лінію зв'язку до перетину з дугою цього кола в точці ***M_1.*** Профільну проекцію знаходять координатним способом.

Побудова ізометричного зображення кулі. Куля в прямокутній ізометрії і в прямокутній диметрії зображується у вигляді кола. Діаметр цього кола в ізометрії дорівнює ***1,22d.*** Щоб зображення кулі мало достатню наочність, звичайно виконують побудову трьох великих кіл кулі, розміщених у координатних площинах ***xOy, xOz, yOz,*** тобто побудову екватора, фронтального і профільного меридіанів (мал. 194***).*** Характерні точки перетину меридіанів і екватора з аксонометричними осями позначені ***1', 2', 3',...*** Зверніть увагу на видимі і невидимі лінії зображення кулі в ізометрії. На мал. 194 частину кулі вирізано. Точку ***M*** побудовано на аксонометричному зображенні координатним методом.

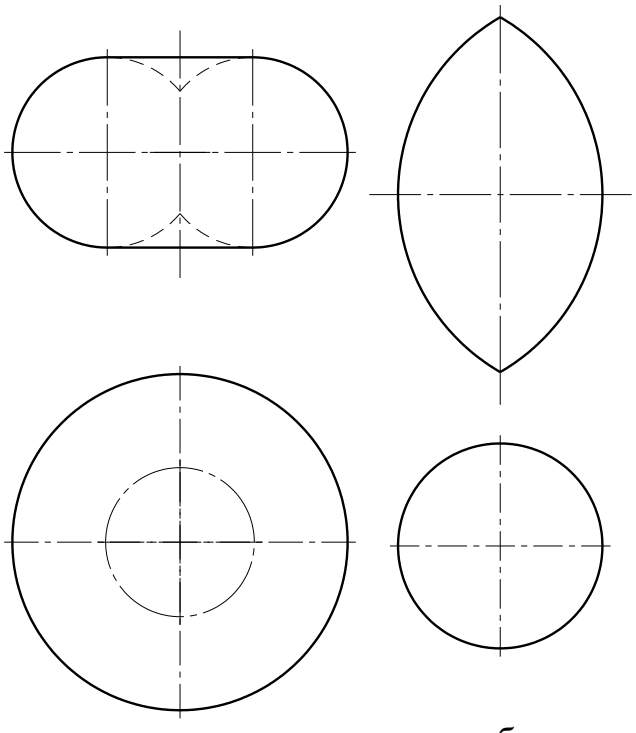
Тор

Тором називається поверхня, утворена обертанням кола навколо осі, що лежить у площині цього кола, але не проходить через його центр (мал. 196, 197).

Можливі такі випадки утворення торової поверхні:

1. Вісь **i** перетинає коло в точках ***E*** і ***F*** обертається більша дуга ***EAF*** кола (мал. 196, ***а).*** Утворюється поверхня, яка за формою нагадує яблуко.

2. Вісь **i** перетинає коло в точках ***E*** і ***F;*** обертається менша дуга ***EAF*** кола (мал. 196, б). У цьому випадку утворюється поверхня, яка за формою нагадує лимон.

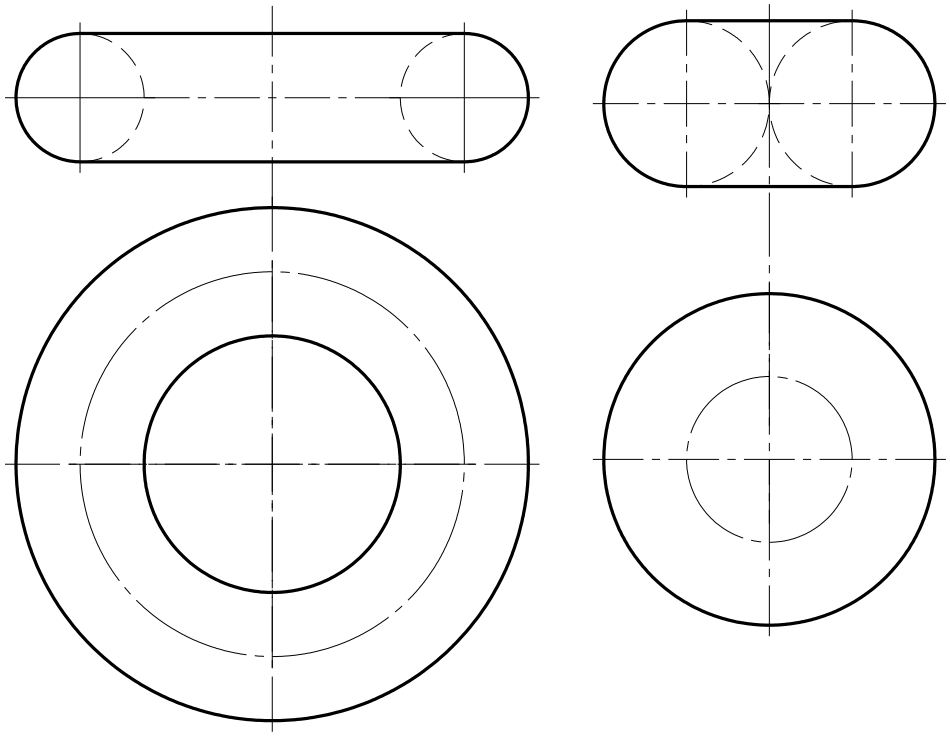


а б

Мал. 196

3. Вісь **і** розміщена зовні кола, тобто не перетинає його (мал. 197, ***а).*** При обертанні утворюється поверхня, яка називається кільцем. Поверхня торового кільця нагадує рятувальний круг або камеру автомобіля.

4. Вісь обертання торкається обрису кола (мал. 197, ***б).*** Утворюється поверхня, яка є перехідною від поверхні мал. 196, ***а*** до поверхні мал. 197, ***а.***



а б

Мал. 197

На торовій поверхні, як і на кулі, виділяють ***паралелі*** і ***меридіани.*** Найбільша паралель називається ***екватором,*** а меридіани, паралельні площинам $П_2$ і $П_3$, називаються відповідно ***фронтальним*** і ***профільним.***

Тема 2.6. Переріз геометричних тіл

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами побудови проекцій геометричних тіл, фігури перетину тіл площиною, розвивати у них просторове уявлення, навчитись аналізувати.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Загальні положення
2. Переріз призма:
- побудова проекцій фігури перерізу;
- знаходження натуральної величини фігури перерізу;
- розгортка призми;;
- побудова аксонометричної проекції;
3. Переріз піраміди:
- побудова проекцій фігури перерізу;
- знаходження натуральної величини фігури перерізу;
- розгортка піраміди;;
- побудова аксонометричної проекції;
4. Переріз циліндра:
- побудова проекцій фігури перерізу;
- знаходження натуральної величини фігури перерізу;
- розгортка циліндра;;
- побудова аксонометричної проекції;
5. Конус
- побудова проекцій фігури перерізу;
- знаходження натуральної величини фігури перерізу;
- розгортка конуса;
- побудова аксонометричної проекції;

Література

1. Боголюбов С.К. Индивидуальнне задания по курсу черчения. М, 1989

2. Хаскін А.М. Креслення. К, 1972
стор. 149...165

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт.

3. Карточки завдання для тестового контролю знань.

4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.

5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен

Знати:

- правила побудови проекцій зрізаних геометричних тіл;
- правила побудови проекцій точок фігури перерізу геометричних тіл;
- послідовність виконання розгортки геометричного тіла;
- послідовність виконання аксонометричного зображення зрізаного геометричного тіла.

Уміти:

- аналізувати креслення зрізаного геометричного тіла;
- виконувати побудову зрізаногогеометричного тіла в аксонометричних проекціях;
- виконувати розгортку зрізаного геометричного тіла;
- наносити розміри.

Питання для самоперевірки

1. Які криві можуть утворитися в перерізі прямого конуса різними площинами?
2. Які криві можуть утворитися в перерізі прямої шестикутної призми різними площинами?
3. Як побудувати розгортку зрізаного конуса?
4. Як побудувати аксонометричне зображення зрізаної піраміди?

Тема 2.6. Переріз геометричних тіл площиною

Загальні положення

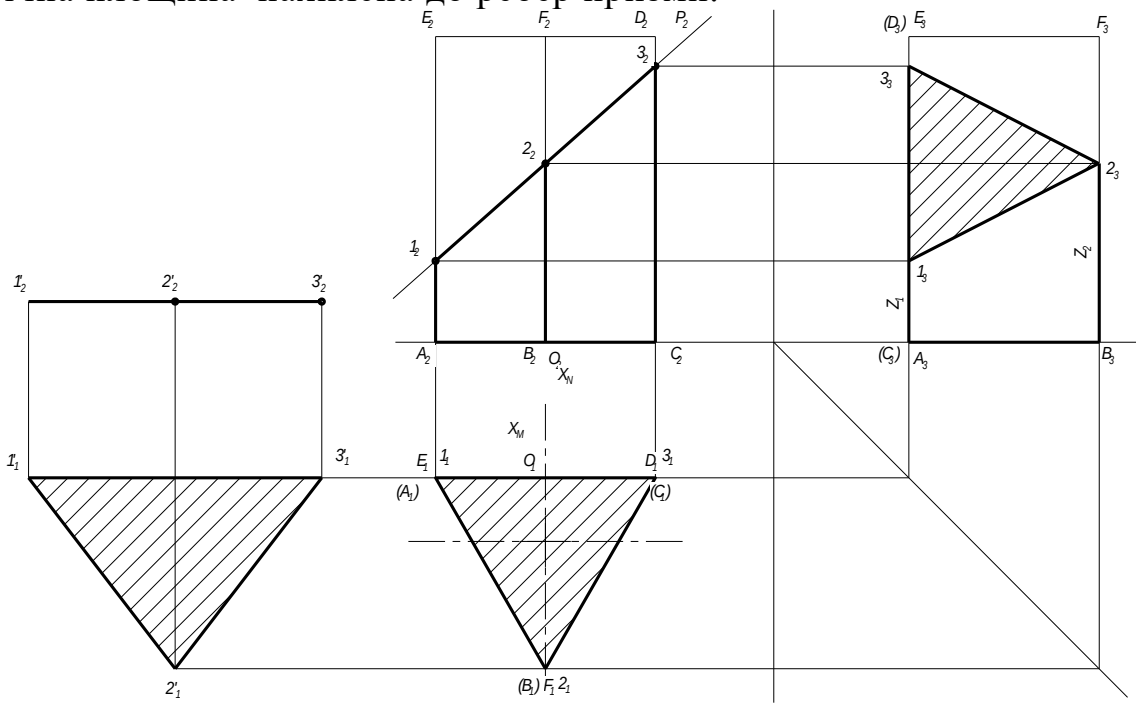
При перерізі многогранника площиною утворюється многокутник, який лежить у січній площині. Вершини многокутника — це точки перетину ребер многогранника, а сторони — лінії перетину його граней із січною площиною.

Кожна задача на переріз геометричного тіла площиною складається з розв'язання комплексу таких питань:

а) побудова проекцій фігури перерізу;
б) визначення натуральної величини фігури перерізу;
в) побудова розгортай зрізаного тіла;
г) побудова аксонометричного зображення зрізаного тіла.

Переріз призми

Залежно від положення січної площини в перерізі призми можуть утворюватися такі фігури: а) многокутник, паралельний і рівний основі, якщо січна площина паралельна основі призми; б) прямокутник при прямій призмі або паралелограм при похилій, якщо площина паралельна ребрам призми; в) многокутник, не рівний і не подібний до основи, якщо січна площина нахилена до ребер призми.

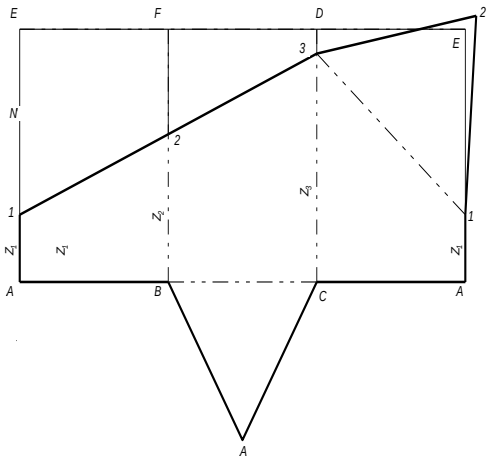


Мал. 198

Побудова проекцій фігури перерізу. На комплексному кресленні (мал.198) правильна трьохкутна призма перерізана фронтально проектуючою площиною Р. Фронтальна проекція фігури перерізу збігається з фронтальним слідом P_2, який має збиральну властивість.

Проекції вершин фігури перерізу — точки I_2, 2_2, 3_2 — визначаться на перетині бічних ребер призми із слідом P_2,.
Горизонтальні проекції 1_1, 2_1, 3_1 збігаються з горизонтальними проекціями відповідних ребер. Профільну проекцію фігури перерізу матимемо, якщо через точки 1_2, 2_2, 3_2 проведемо горизонтальні лінії зв'язку ~~до перетину з~~ профільними проекціями відповідних ребер~~.~~ Знайдені точки сполучають прямими лініями і переріз заштриховують.

Натуральну величину фігури перерізу (рис. 198~~)~~ знаходять способом плоско-паралельного переміщення.

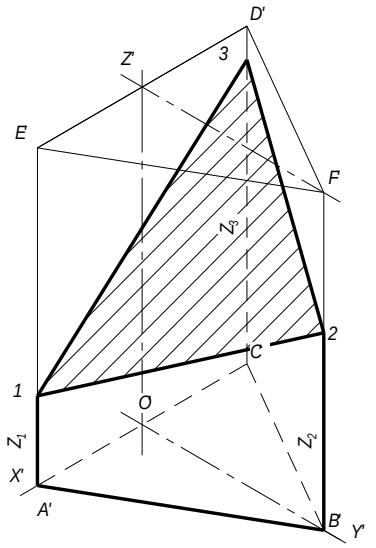


Мал. 199

Розгортка призми (мал. 199~~)~~. Розгортка бічної поверхні трьохкутної призми — це три прямокутників, висота яких дорівнює висоті призми, а ширина — сторонам її основи. Будують розгортку так, щоб показати зовнішню (лицьову) сторону кожної грані. Додаючи до розгортки бічної поверхні дві основи призми, дістають її повну розгортку. На ребрах призми на розгортці відкладають точки ~~1,2, 3~~ лінії перерізу, узявши їх висоти з фронтальної або профільної проекцій призми, тобто відрізки A1 =z_1, B2 = z_2... і т. д. До лінії перерізу добудовують натуральну величину перерізу.

Відкинуту верхню частину призми на комплексному кресленні і на розгортці зображують тонкою суцільною лінією. Штрих-пунктирною лінією з двома точками показують проміжні ребра призми на розгортці (так звані лінії згину).

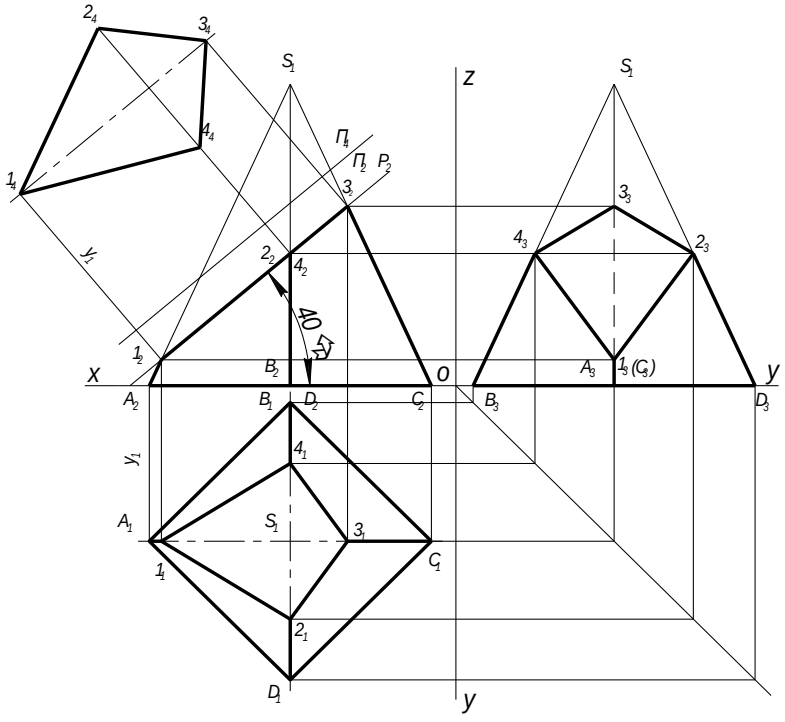
Побудову прямокутної диметричної проекції (мал. 200~~)~~ починають з побудови нижньої основи — правильного трикутника. З вершин трикутника проводять перпендикуляри, на яких знаходять точки 1~~', 2', 3'~~ фігури перерізу, використовуючи відповідні висоти цих точок, а саме ~~A'1'~~ = z_1; ~~B'2'~~ = z_2;...



Мал. 200

Переріз піраміди

На мал. 201 чотирикутна піраміда розсічена горизонтально проектуючою площиною ~~Р~~.

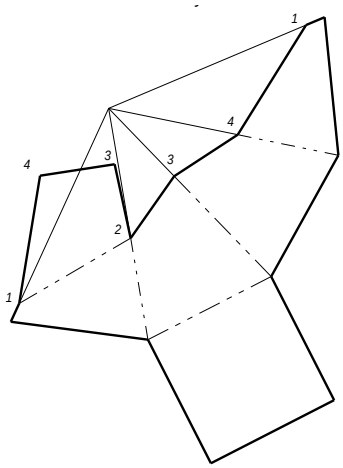


~~Мал. 201~~

Побудова проекцій фігури перерізу. Фронтальна проекція фігури перерізу збігається з фронталним слідом P_2, який має збиральну властивість. Точки 1_1,– 2_2,–3_2, 4_2 визначають на перетині сліду P_2 з проекціями ребер піраміди. Через ці точки проводять вертикальні лінії зв'язку до перетину з горизонтальними проекціями відповідних ребер у точках 1_1 і 3_2.

Горизонтальні проекції точок 2_1 і 4_1 точок 2 і4 що лежить на профільних ребрах SB і SD знаходять спочатку на профільній проекції піраміди (2_3, 4_3). За двома відомими проекціями фігури перерізу знаходять профільну проекцію $1_3 2_3 3_3 4_3$.

Натуральну величину фігури перерізу знайдено способом заміни площин проекцій. Горизонтальну площину проекцій $П_1$ замінюють площиною $П_4$, паралельною площині трикутника 1-2-3-4 перерізу. Вісь q нової системи площин проекцій проводять паралельно фронтальній проекції чотирикутника перерізу. З точок 1_2, 2_2, 3_2, 4_2 проводять перпендикуляри до нової осі і відкладають на них від осі q_4 координати У точок 1, 2, 3, 4. $1_4 2_4 3_4 4_4$ — натуральна величина чотирикутника перерізу.

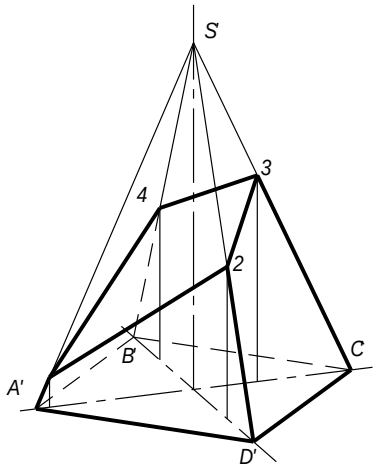


Мал. 202

Розгортка піраміди. Щоб побудувати розгортку зрізаної піраміди, спочатку будують повну розгортку чотирикутної піраміди, яка складається з чотирьох трикутників бічних граней і чотирикутника основи (мал. 202). Трикутники будують за натуральними величинами ребер піраміди. Ребра AB, BC, AC, AD основи піраміди проектуються в натуральну величину на лощину $П_1$. Так як піраміда правильна, значить всіїї ребра мають однакову довжину. Ребра SA і SC проектується в натуральну величину на площину $П_2$ (проекція S_2C_2), оскільки вони паралельне цій площині.

Побудова аксонометричного зображення. Щоб побудувати диметричну косокутну проекцію піраміди (мал. 200), креслять основу піраміди чотирикутник **A'B'C'D'** — за координатами вершин чотирикутника. Потім знаходять точку S' — горизонтальну проекцію вершини піраміди — і відкладають на перпендикулярі, проведеному з цієї точки, відрізок O'S', що дорівнює висоті H піраміди.

Вершину S' сполучають з точками **A', B', C', D'** основи.

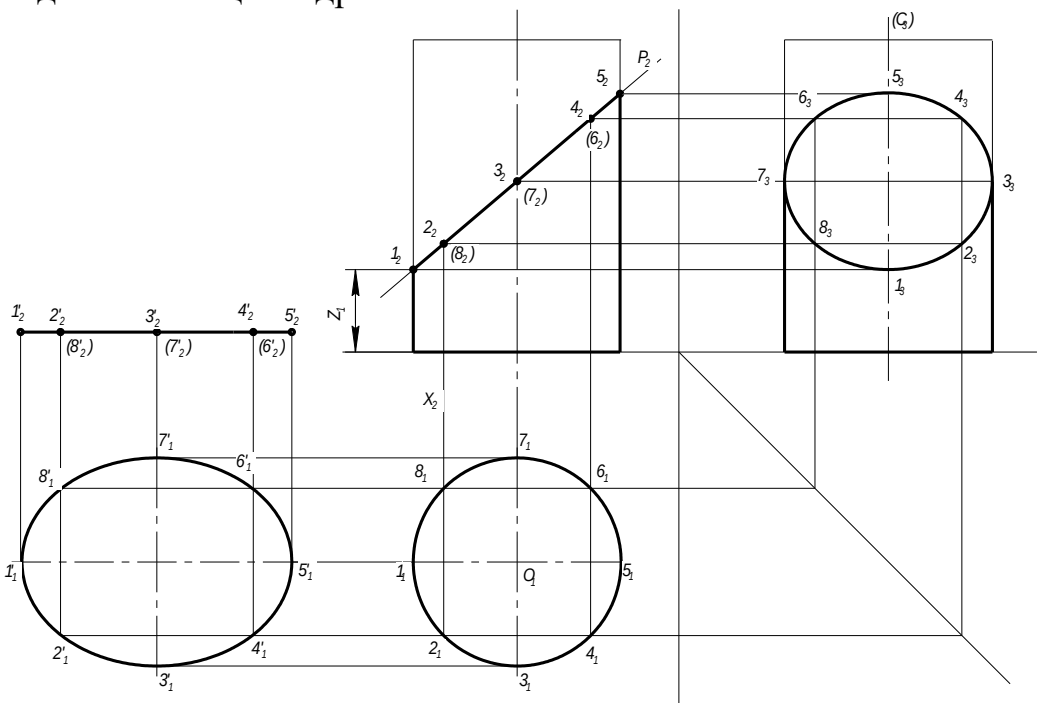


Мал. 203

Побудова точок 1, 2, 3, 4 видно на рисунку.

Переріз циліндра

У перерізі прямого кругового циліндра площиною можуть утворитися такі фігури: а) прямокутник, якщо площина перерізу паралельна осі циліндра; б) коло, якщо площина перпендикулярна до осі еліпс, коли площина нахилена до осі причому еліпс буде повний, якщо площина перетинає всі твірні циліндра, і неповний, якщо площина перетинає одну або обидві основи циліндра.



Мал. 204

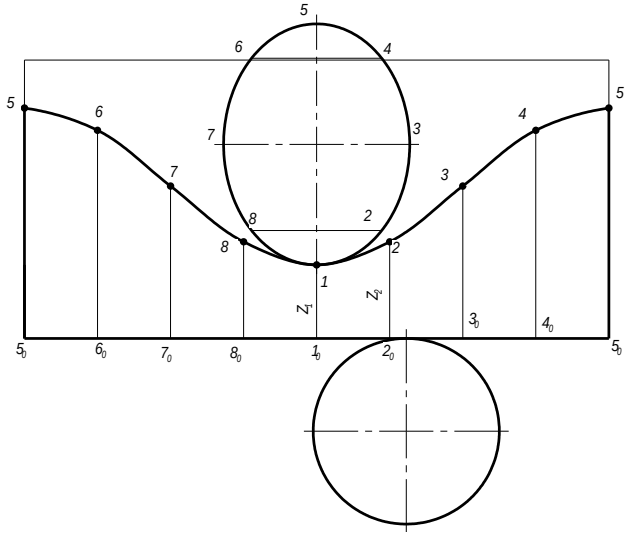
На мал. 204 зображено прямий круговий циліндр, розсічений фронтально проектуючою площиною Р.

Побудова проекцій фігури перерізу. Спочатку тонкими лініями будують три проекції повного циліндра і слід P_2 січної площини. Поділяють коло основи (горизонтальну проекцію циліндра) на кілька рівних частин, наприклад на вісім. Точки 1_1, 2_1, 3_1, … поділу кола є водночас і горизонтальними проекціями твірних циліндра. Керуючись цими точками, будують фронтальні і профільні проекції твірних.

Фронтальні проекції 1_2, 2_2, 3_2... точок еліптичного перерізу циліндра збігаються з фронтальним слідом P_2. Отже, відрізок $1_2 5_2$ є фронтальною проекцією фігури перерізу, а горизонтальна проекція еліпса збігається з колом. Провівши з точок 1_2, $2_г$, 3_2, ... горизонтальні лінії зв'язку до перетину з профільними проекціями відповідних твірних, знаходять профільні проекції 1_3,2_3, 3_3, … цих точок. За допомогою лекал сполучають точки в плавну криву — еліпс.

На профільну площину проекцій мала вісь еліпса проектується без спотворення, а величина проекції великої осі залежить від кута нахилу сліду а до осі Ох. Якщо цей кут менший за 45°, як у нашому випадку, то велика вісь еліпса перерізу на профільній площині зменшиться і правитиме за малу, а мала вісь, що дорівнює діаметру, спроектується без скорочення і стане великою віссю профільної проекції фігури перерізу. Якщо ж січна площина нахилена під кутом 45°, то профільна проекція перерізу зобразиться у вигляді кола.

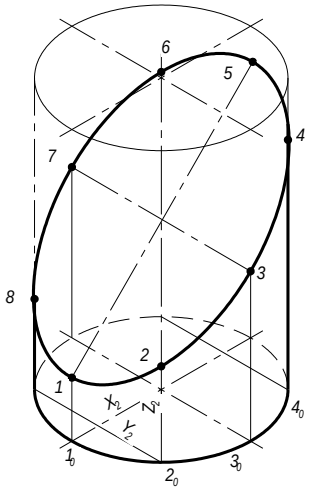
Натуральну величину фігури перерізу (мал. 204) знайдено способом плоско-паралельного переміщення.



Мал. 205

Розгорткою бічної поверхні циліндра (мал. 205) є прямокутник, висота якого дорівнює висоті циліндра, а довжина — довжині розгорнутого кола його основи (πd). Довгу сторону прямокутника поділяють на 8 рівних частин і з точок поділу проводять твірні 1, 2, 3, ... циліндра. На цих твірних відкладають відстані відповідних точок фігури перерізу до основи циліндра, виміряні на фронтальній або на профільній площинах проекцій. Побудова показана на рисунку. Побудовані точки **1, 2, 3,...** сполучають за допомогою лекал плавною кривою, яка й буде розгорткою лінії перерізу. До цієї лінії прибудовують натуральну величину еліпса перерізу.

Потім будують ізометричну проекцію циліндра, розсіченого площиною Р. Коло нижньої основи циліндра (мал. 206) зображується **у вигляді еліпса.**



Мал. 206

Використовуючи координати переносять точки 1', 2', 2',... поділу кола на рівні частини і з цих точок проводять твірні паралельно осі O'z'. На цих прямих відкладають відрізки, що дорівнюють відповідним зрізаним твірним. Знайдені точки перерізу сполучають за допомогою лекал.

Переріз конуса

Залежно від напряму січної площини в перерізі конуса можуть утворюватись:

а) коло, якщо січна площина паралельна основі конуса;

б) трикутник, якщо січна площина проходить через вершину конуса;

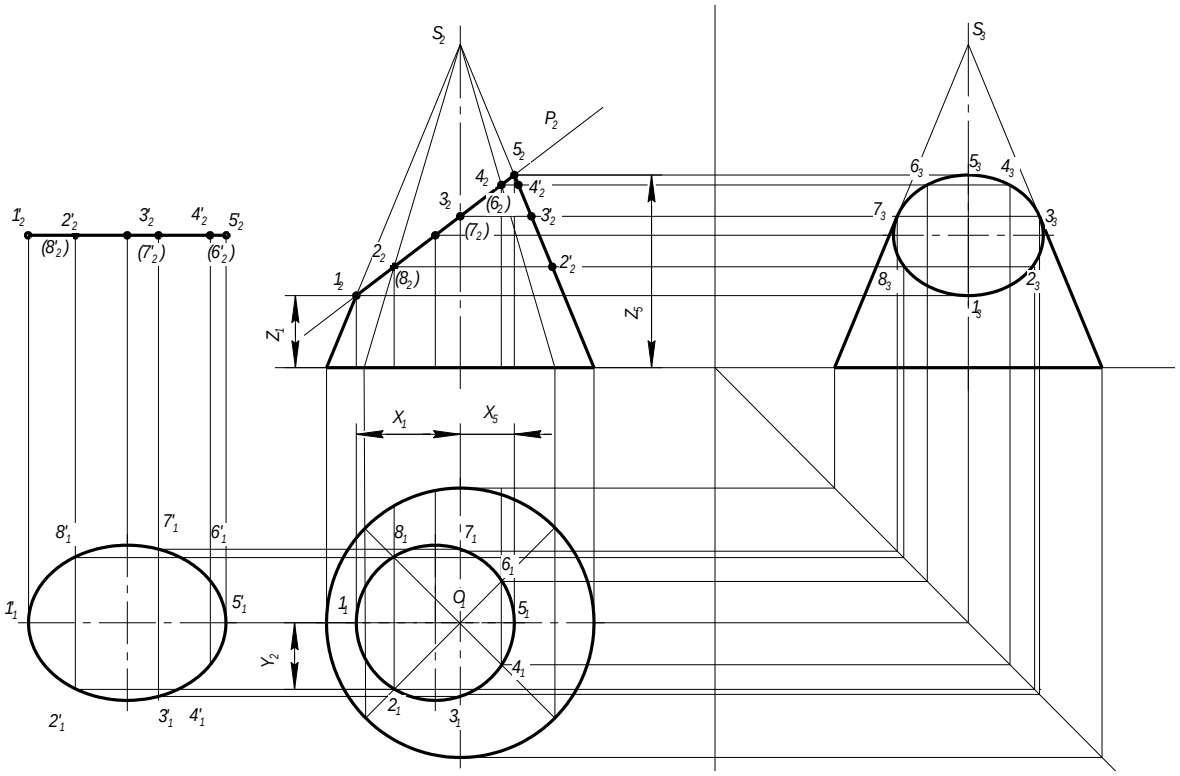
в) еліпс повний або неповний, якщо січна площина нахилена до осі під кутом, більшим за кут нахилу твірної до осі. Неповний еліпс утвориться в тому разі, коли січна площина перетне основу конуса;

г) парабола, якщо січна площина паралельна твірній конуса, тобто нахилена до осі конуса під кутом, що дорівнює куту нахилу твірної до осі і не проходить через вершину;

д) гіпербола, якщо січна площина паралельна двом твірним або осі конуса, тобто тоді, коли ця площина нахилена до осі конуса під кутом, меншим за кут нахилу твірної до осі, і не проходить через вершину.

Розглянемо переріз прямого кругового конуса фронтально проектуючою площиною Р (мал. 207).

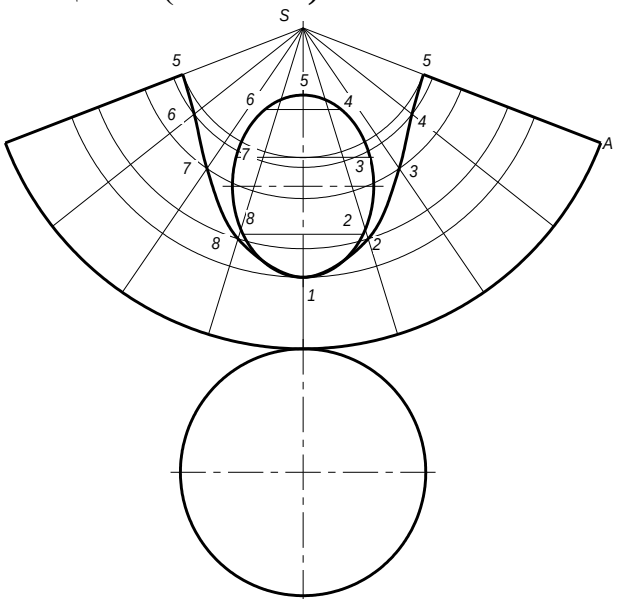
Побудова проекцій фігури перерізу. Спочатку креслимо три проекції повного конуса і слід P_2 січної площини. Коло основи поділяємо на кілька рівних частин, наприклад на вісім, і з точок поділу проводимо горизонтальні проекції твірних і т. д. конуса. За цими точками будуємо фронтальні і профільні проекції твірних.



Мал. 207

Оскільки площина а нахилена до осі конуса під кутом, більшим за кут нахилу твірної, і перетинає всі його твірні, то фігурою перерізу буде повний еліпс. Фронтальні проекції 1_2, 2_2, 3_2,... точок еліптичного перерізу збігаються з фронтальним слідом P_2. Отже, відрізок $1_2 5_2$ в фронтальною проекцією фігури перерізу. Провівши з точок 1_2, 2_2,3_2,... вертикальні і горизонтальні лінії зв'язку до перетину з відповідними проекціями твірних на площинах $П_1$ і $П_3$, дістанемо горизонтальні 1_1, 2_1, 3_1, … і профільні 1_3, 2_3, 3_3,… проекції точок еліпса. За допомогою лекал сполучаємо ці точки в плавні криві.

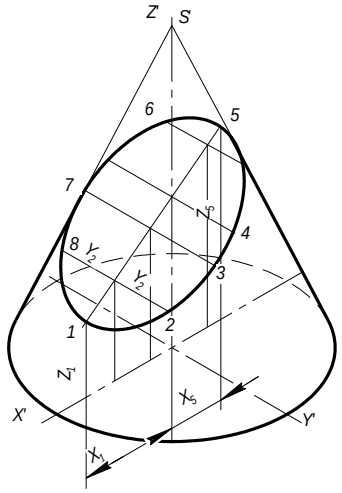
Натуральну величину фігури перерізу знайдено способом плоско-паралельного переміщення (мал. 207).



Мал. 208

Розгортка конуса. Розгорткою бічної поверхні конуса є сектор круга, радіус дуги якого дорівнює твірній конуса, а довжина дуги — довжині кола основи конуса (мал. 208). Центральний кут сектора визначається за формулою a = 180xd/l, де d — діаметр кола основи, а l — довжина твірної конуса. Дугу розгортки поділяють на вісім рівних частин і проводять твірні конуса.

На кожній твірній відкладають точку її перетину з площиною P. Величину відрізків S1 і S5 вимірюють безпосередньо на фронтальній проекції конуса і відкладають на розгортці, тобто S1 = $S_2 1_2$; S5 == $S_2 5_2$. Щоб знайти на розгортці точки 2, 3, 4, треба спочатку перемістити їх фронтальні проекції паралельно осі Ox до положення $2'_2$, $3'_2$, $4'_2$. Це відповідає обертанню твірних до положення, паралельного фронтальній площині проекцій, навколо осі, що проходить через вершину конуса перпендикулярно до площини Утворені після обертання натуральні відрізки твірних відкладають на розгортці, тобто S2 = $S_2 2_2$; S3 = $S_2 3_2$,.... Точки 1, 2, 3,… сполучають плавною кривою лінією і прибудовують натуральну величину еліпса перерізу та основу конуса.



Мал. 209

Побудову аксонометричної проекції зрізаного конуса починають з побудови в ізометрії повного конуса (мал. 209). Використовуючи координати x_1 і x_5 та z_1 і z_2 точок 1 і 5 великої осі еліпса, будують ці точки в ізометрії. Сполучивши 1' і 5', дістають середню лінію фігури перерізу. З горизонтальної проекції переносять на аксонометричну вісь x' точки $2'_0$, 6'0,… і проводять з них перпендикуляри до перетину з середньою лінією 1'5' перерізу. На прямих, проведених через знайдені точки $2''_0$, $6''_0$,… паралельно осі O'y', відкладають відрізки **$2''_0$2'** = = $2_0 2_1$; **$6''_0$6'** = $6_0 6$,… Точки 1', 2', 6',… фігури перерізу

Тема 2.7. Взаємний перетин поверхонь геометричних тіл

Навчальна мета: Розвивати у студентів просторове уявлення, оволодіти методами побудови проекцій геометричних тіл, знаходити лінію перетину поверхонь, розвивати у них просторове уявлення, навчитись аналізуват.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Загальні положення
2. Перетин многогранників
3. Перетин многогранника з тілом обертання
4. Перетин тіл обертання
- спосіб допоміжних сфер

Література

1. Боголюбов С.К. Индивидуальнне задания по курсу черчения. М, 1989
2. Хаскін А.М. Креслення. К, 1972
стор. 166...181

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен
Знати:
- правила побудови точок лінії перетину поверхонь;
- правила побудови проекцій точок на поверхні геометричних тіл;
- послідовність побудови лінії перетину двох поверхонь;
- послідовність побудови лінії перетину двох тіл обертання способом допоміжних сфер.

Уміти:
- аналізувати креслення геометричного тіла;
- виконувати побудову геометричного тіла в аксонометричних проекціях;
- виконувати побудови лінії перетину двох поверхонь;
- побудови лінії перетину двох тіл обертання.

Питання для самоперевірки

1. Яка лінія утворюється при перетині двох многогранників? Многогранника з тілом обертання?
2. Який порядок побудови лінії перетину двох поверхонь?
3. Як перетинаються між собою поверхні обертання із спільною віссю?
4. Який порядок побудови лінії перетину двох поверхонь обертання за допомогою січних сферичних поверхонь? Які умови для застосування цього способу?

Тема 2.7. Взаємний перетин поверхонь геометричних тіл

Загальні положення

Деталі машинобудівних конструкцій можна уявно розкласти на прості геометричні тіла і поверхні. Виникає потреба побудови на кресленнях ліній перетину цих геометричних форм між собою.

| ***Спільна лінія двох поверхонь називається лінією їх перетину.***

Щоб знайти точки лінії взаємного перетину поверхонь, застосовують спосіб допоміжних перерізів (спосіб посередників), суть якого полягає ось у чому:

а) ***задані поверхні перерізають третьою, допоміжною, поверхнею або площиною;***

б) ***будують лінії перерізу посередника з кожною заданою поверхнею;***

в) ***визначають точки перетину знайдених ліній; ці точки і є шуканими точками лінії перетину поверхонь.***

За допоміжні січні поверхні найчастіше беруть площини окремого положення, паралельні площинам проекцій $П_1$, $П_2$, або сфери, які в перетині з заданими поверхнями утворюють графічно прості лінії — прямі або кола. Щоб розв'язати задачу, треба провести не одну, а кілька допоміжних площин або сфер.

На лінії перетину поверхонь розрізняють точки опорні і випадкові, або проміжні. Насамперед визначають опорні точки: найвищі і найнижчі, крайні праві і ліві, точки видимості тощо. Знаходження опорних точок дає можливість побачити, в яких межах розміщені проекції лінії перетину і де слід визначити випадкові точки, щоб точніше побудувати лінію.

Два тіла можуть перетинатися по одній або по двох замкнених лініях. У першому випадку перетин буде неповним і на тілах утворяться заглибини у вигляді врубок. Цей випадок називається врізанням. При двох замкнених лініях перетину одне тіло цілком проникає в інше. Такий випадок називається проникненням.

Характер лінії перетину залежить від того, які геометричні тіла або поверхні перетинаються, а саме:

а) при перетині двох многогранників утворюється одна або дві замкнені просторові ламані лінії, окремі відрізки яких є лініями перетину граней многогранників;

б) при перетині многогранника з тілом обертання утворюється одна або дві лінії, що складаються з кількох частин плоских кривих другого порядку — кола, еліпса, параболи тощо. Ці частини кривих сходяться між собою на ребрах многогранників;

в) при перетині двох кривих поверхонь другого порядку утворюється одна або дві просторові плавні криві, як правило, четвертого порядку, які в окремих випадках розпадаються на плоскі криві другого порядку або навіть на прямі лінії.

Знайшовши точки лінії перетину, їх сполучають в певній послідовності і визначають видимість окремих відрізків. При цьому виходять з таких положень:

а) дві видимі грані дають у перетині видимий відрізок лінії перетину;

б) у перетині двох невидимих граней або однієї видимої, а другої невидимої, утворюється невидимий відрізок лінії перетину;

в) для кривих поверхонь видимими будуть лише ті точки, які знайдені в перетині двох видимих твірних;

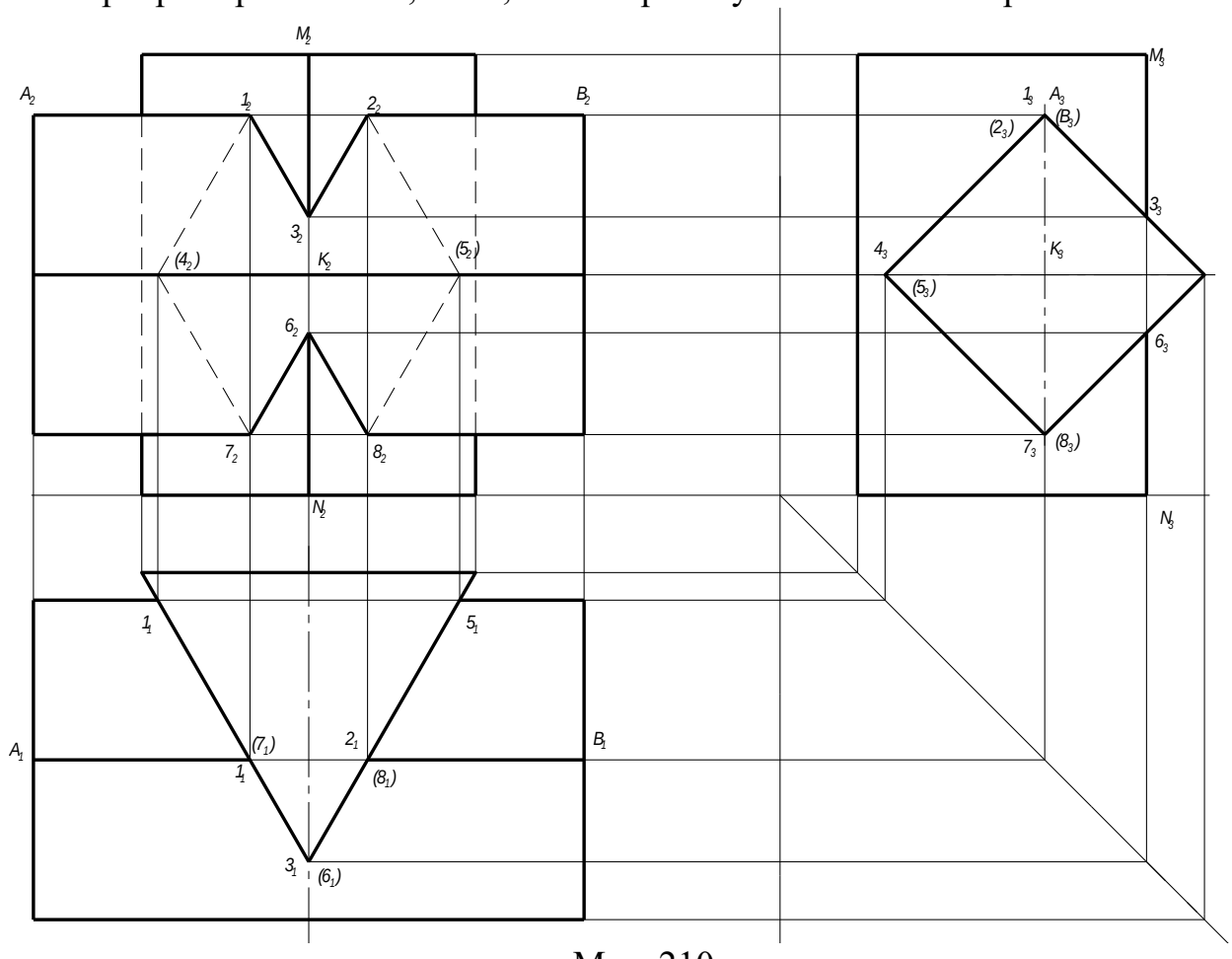
г) точки переходу видимої частини лінії перетину в невидиму лежать на обрисних твірних чи ребрах однієї або другої поверхні;

д) видимість визначають окремо для кожної проекції поверхонь, що перетинаються.

Перетин многогранників

Лінією перетину двох многогранників буде одна або дві просторові ламані замкнені лінії. Вершини цих ліній визначають як точки зустрічі ребер одного многогранника з гранями другого.

На мал. 210, а перетинаються дві призми — чотирикутна з трикутною. З профільної і горизонтальної проекцій бачимо, що: а) в цьому випадку маємо часткове врізання одного тіла в друге, тобто утворюється одна лінія перетину; б) у перетині беруть участь три бічних ребра горизонтальної призми і одне бічне ребро вертикальної, отже, лінія перетину матиме вісім вершин.



Мал. 210

Бічні грані чотирикутної призми перпендикулярні до профільної площини проекцій, а трикутної — до горизонтальної. Завдяки цьому горизонтальна і профільна проекції лінії перетину збігаються з відповідними проекціями призм. Проекції точок перетину на цих площинах — це 1_1, 2_1, 3_1, 4_1 ... і 1_3, 2_3, 3_3, 4_3, ... Провівши вертикальні лінії зв'язку з 1_1, 2_1, 4_1... до перетину з фронтальними проекціями відповідних ребер чотирикутної призми, знаходять фронтальні проекції 1_2, 2_2, 4_2,... точок. Фронтальні проекції 3_2, 6_2 точок, що лежать на передньому ребрі трикутної призми, будують за допомогою горизонтальних ліній зв'язку, проведених з проекцій 3_3 і 6_3.

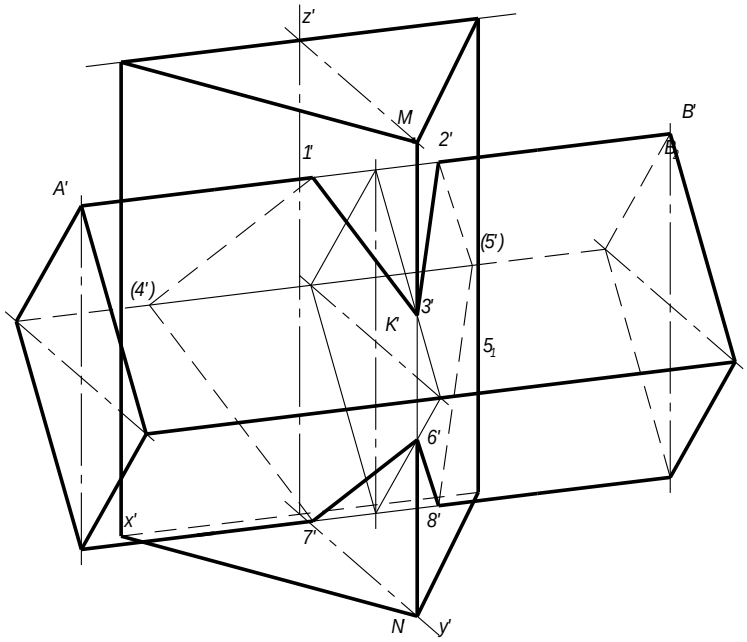
Сполучаючи точки лінії перетину, слід додержувати таких правил:

а) сполучати між собою можна проекції тих точок, які лежать одночасно як на грані однієї призми, так і на грані другої (наприклад, не можна сполучати точки 3_2 і 4_2, бо для трикутної призми вони лежать на одній грані, а для чотирикутної — на двох різних гранях);

б) кожна точка сполучається лише з двома іншими точками.

Останнім етапом розв'язання завдання є визначення видимості окремих відрізків лінії перетину. При цьому слід ураховувати ті положення, які вивчались раніше.

Диметричну проекцію тіл , що перетинаються, побудовано на мал. 211.



Мал. 211

Послідовність побудови наступна:

1. Будують диметричну проекцію трикутної призми.

2. Чотирикутну призму будують відповідно до осів Ox' і Oy' на яких побудована трикутна призма.

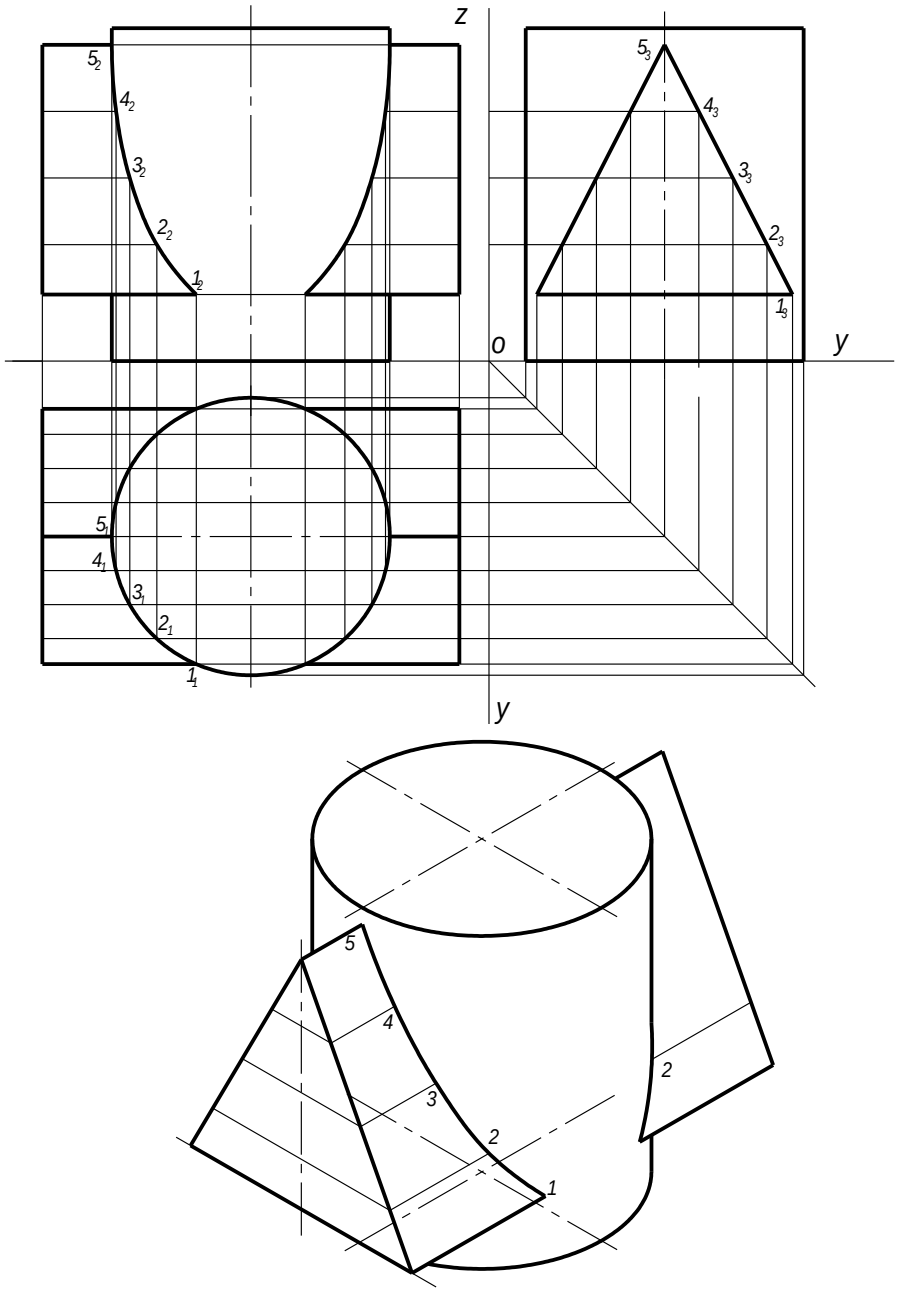
3. Знаходять точки лінії перетину, що лежать на ребрах чотирикутної призми (мал. 184), відкладаючи відповідні відрізки, виміряні на фронтальній проекції (мал. 183), наприклад $A'1' = A_2 1_2$; $B'2' = B_2 2_2$.

4. Знаходять точки лінії перетину на передньому ребрі трикутної призми (відрізки $M'3' = M_2 3_2$; $N'6' = N_2 6_2$ мал. 211).

6. Знайдені точки перетину сполучають і наводять відповідними лініями видимий і невидимий контури.

Перетин многогранника з тілом обертання

У перетині тіла обертання з многогранником дістають одну або дві замкнені лінії, окремі відрізки яких є кривими лініями другого порядку (еліпс, парабола, гіпербола, коло) або прямими лініями. Контур лінії перетину не має плавного характеру на всій своїй довжині, а утворює в окремих місцях точки зламу, які лежать на ребрах многогранника. У цих точках змінюється характер кривої перетину: коло переходить в еліпс, еліпс — у пряму і т. п.



Мал. 212

На мал. 212 зображено перетин циліндра з трикутною призмою. Оскільки бічні грані призми перпендикулярні до площини $П_3$, профільна проекція лінії перетину зливається з профільною проекцією граней призми. Побудову горизонтальної і фронтальної проекцій лінії перетину починають з визначення їх опорних точок. Через верхнє ребро призми проводять допоміжну горизонтальну площину-посередник. Ця площина перерізає циліндр по колу діаметра d. Горизонтальна проекція цього кола в перетині з проекцією верхнього ребра призми дає шукану точку 5_1. Опорні точки 1, що лежать на нижніх ребрах призми, знаходять за допомогою горизонтальної площини. Дуга кола між точками є горизонтальною проекцією лінії, по якій нижня грань призми перетинає поверхню циліндра. Аналогічно за допомогою горизонтальних січних площин знаходять випадкові точки 2,3,4.

Побудова проекції лінії перетину зрозуміла з рисунка 212.

Перетин тіл обертання

У перетині двох тіл обертання дістають одну або дві просторові замкнені криві, які в окремих випадках розпадаються на плоскі криві другого порядку або навіть на прямі лінії. Для побудови точок, що належать лінії перетину, використовують метод допоміжних площин, найчастіше площин рівня. Починати розв'язання треба з визначення опорних точок. При визначенні видимості використовують положення, викладені раніш.

Спосіб допоміжних сфер

Спосіб концентричних сфер грунтується на тому, що **сфера перетинається з поверхнею обертання по колах, якщо вісь цієї поверхні проходить через центр сфери.** Коли до того вісь поверхні обертання паралельна одній з площин проекцій, то площини цих кіл займають відносно цієї площини проектуюче положення і проектуються на неї у вигляді відрізків прямих. Отже, спосіб концентричних допоміжних сфер можна застосовувати для розв'язання завдань за таких умов:

а) обидві задані поверхні повинні бути поверхнями обертання;

б) осі поверхонь повинні перетинатися між собою;

в) осі поверхонь повинні бути паралельні одній з площин проекцій.

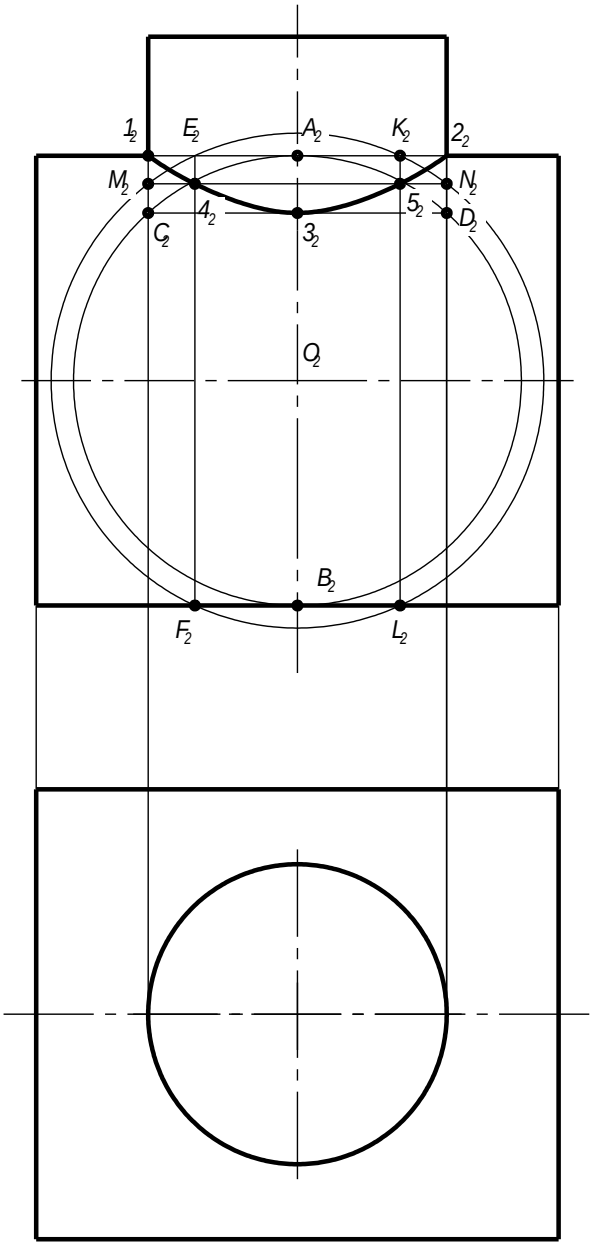
Розв'язують завдання за таким планом:

- з точки перетину осей заданих поверхонь як із центра проводять допоміжні сфери;

- знаходять кола, по яких допоміжні сфери перетинаються окремо з кожною із заданих поверхонь;

- знаходять спільні точки перетину утворених кіл.

Треба побудувати лінію перетину двох циліндрів (мал. 213**).** Дві точки (1 і **2)** знаходять без побудови, бо вони лежать на перетині твірної горизонтального циліндра з обрисними твірними вертикального.



Мал. 213

Точку O_2 перетину осей беруть за центр і будують допоміжну сферу, дотичну до циліндра більшого діаметра. Ця сфера торкається більшого циліндра по колу, фронтальною проекцією якого є відрізок ~~A_2B_2~~, а поверхню меншого циліндра перерізає також по колу, що проектується у відрізок C_2D_2. Взаємний їх перетин дає точку ~~3_2~~ — фронтальну проекцію найнижчої точки лінії перетину. Щоб знайти проміжні точки, будують сферу з того самого центра трохи більшим радіусом. Ця сфера перетне вертикальний циліндр по колу, яке спроектується у відрізок M_2N_2, а горизонтальний — по двох колах, що спроектуються у відрізки ~~E_2F_2~~ і ~~K_2L_2~~. Перетин цих ліній дає точки ~~4_2~~ і ~~5_2~~, що належать лінії перетину. Точки сполучають плавною кривою.

Тема 2.8. Проекційне креслення

Навчальна мета: Узагальнити й закріпити отримані навички; спостерігати, відображати об'ємні форми на кресленні, розвивати у них просторове уявлення, виконувати розрізи, навчитись аналізувати.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Загальні положення
2. Побудова третьої проекції за двома заданими
3. Розрізи. Прості розрізи.

- Класифікація розрізів.
- Позначення розрізів.
- Поєднання частини розрізу і частини вигляду.
- Розрізи в аксонометричних проекціях.

Література

1. Боголюбов С.К. Индивидуальнне задания по курсу черчения. М, 1989
2. Хаскін А.М. Креслення. К, 1972
стор. 197...206

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен
Знати:

- правила побудови точок лінії перетину поверхонь;
- послідовність побудови лінії перетину двох поверхонь;
- правила побудови розрізів;
- послідовність побудови комплексного креслення (трьох основних видів моделі) по натурі, по наочному зображенню, по двом заданим проекціям.
- поняття,призначення й оформлення на кресленні простих розмірів за ДСТ 2.305-68.
- побудова розрізів і аксонометрії.

Уміти:
- аналізувати форму моделі.
- побудувати комплексне креслення моделі з натури;
- представити форму моделі по двом її проекціям;
- будувати третю проекцію моделі по двом заданим;
- виявляти внутрішню форму на кресленні із застосуванням простих розрізів;
- будувати розрізи в аксонометричних проекціях.

Питання для самоперевірки
1. Як побудувати третю проекцію моделі за двома заданими?
2. Що називають розрізом?
3. Які бувають розрізи в залежності від кількості січних площин?
4. Класифікація простих розрізів.
5. Як можуть поєднуватись розрізи з виглядами?
6. Як правильно виконати штриховку розрізу в аксонометрії?

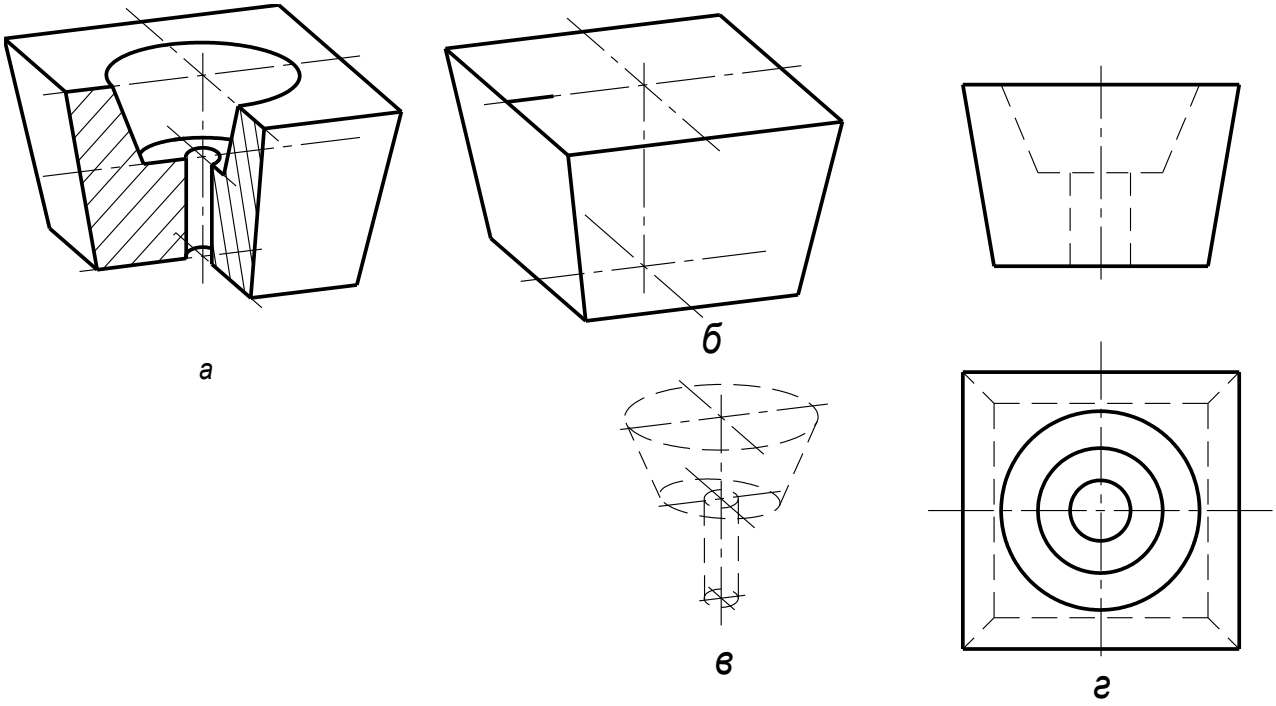
Тема 2.8. Проекційне креслення

Комплексне креслення моделі

Закінчивши вивчення окремих геометричних тіл, перейдемо до розгляду навчальних моделей, що є поєднанням різних геометричних тіл. Побудова комплексних креслень таких моделей дозволить придбати навички,необхідні для складання креслень деталей і вузлів машин.

Проекція моделей на фронтальну площину проекцій є видом спереді, на горизонтальну площину проекцій - видом зверху й на профільну - видом ліворуч. Вид попереду вважають головним видом. Деталі слід розташовувати таким чином, щоб головний вид давав найбільш повну уяву про форму й розміри деталі при найкращому використанні поля креслення.

Одержавши модель, треба подумки проаналізувати форму моделі, установити з яких геометричних тіл вона полягає. Для прикладу проведемо аналіз форми моделі,зображеної на мал. 214, а.



Мал. 214

Як видно, вихідною формою моделі є правильна усічена піраміда (мал.214,б); вона має внутрішню порожнину складної форми, що полягає з усіченого конуса й кругового циліндра (мал. 214 в).

Вияснивши форму моделі, будуємо її комплексне креслення (мал. 214, г)

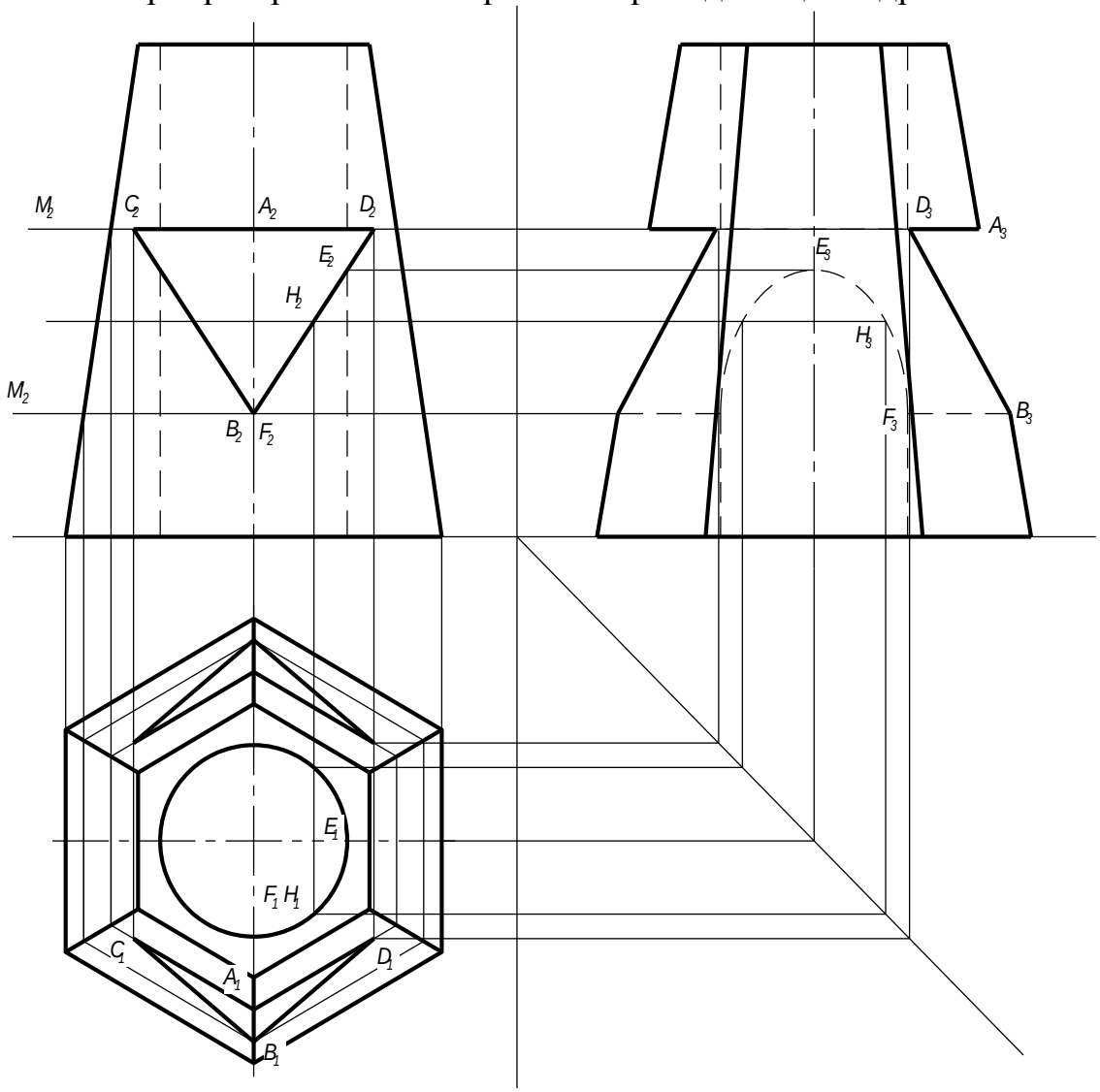
Побудова третьої проекції за двома заданими

У практичній роботі нерідко доводиться до двом проекціям додавати третю. Побудова відсутніх видів - дуже корисна робота; вона сприяє розвитку просторових уяв, учить розуміти креслення при мінімальній кількості виглядів.

При побудові третьої проекції виникають труднощі у визначенні третіх проекцій, окремих точок і ліній.

Для з'ясування форми моделі дві задані проекції слід розглядати одночасно. Неодночасний розгляд проекцій часто є причиною труднощів.

При розв'язку завдань на побудову третіх проекцій необхідно визначати вихідні форми моделей. На мал. 215 наведено дві проекції моделі, вихідною формою якої, судячи із завдання є правильна шестикутна піраміда, усередині якої є циліндрична порожнина й наскрізний призматичний отвір трикутної форми. Горизонтальна проекція не добудована:на поверхні піраміди не показані лінії виходу призми. Для відшукання цих виходів проводять допоміжні горизонтальні площини М и М' (мал. 215). Площина М розсікає піраміду по правильному шестикутникові, подібному основі піраміди. Знаходимо горизонтальну проекцію шестикутника, наприклад, проектуючи точку перетинання проекції M_2 з лініями контуру піраміди. Проектуючи також верхні ребра призми, знаходять горизонтальні проекції A_1, C_1 і A_1, D_1 передніх ліній перетинання AC і AD. Площина М' дозволяє знайти njxrb перетинання нижнього ребра призми з поверхнею піраміди й циліндра.



Мал. 215

На поверхні піраміди одержують при проектуванні подібний шестикутник більшого, ніж у першому випадку, розміру.

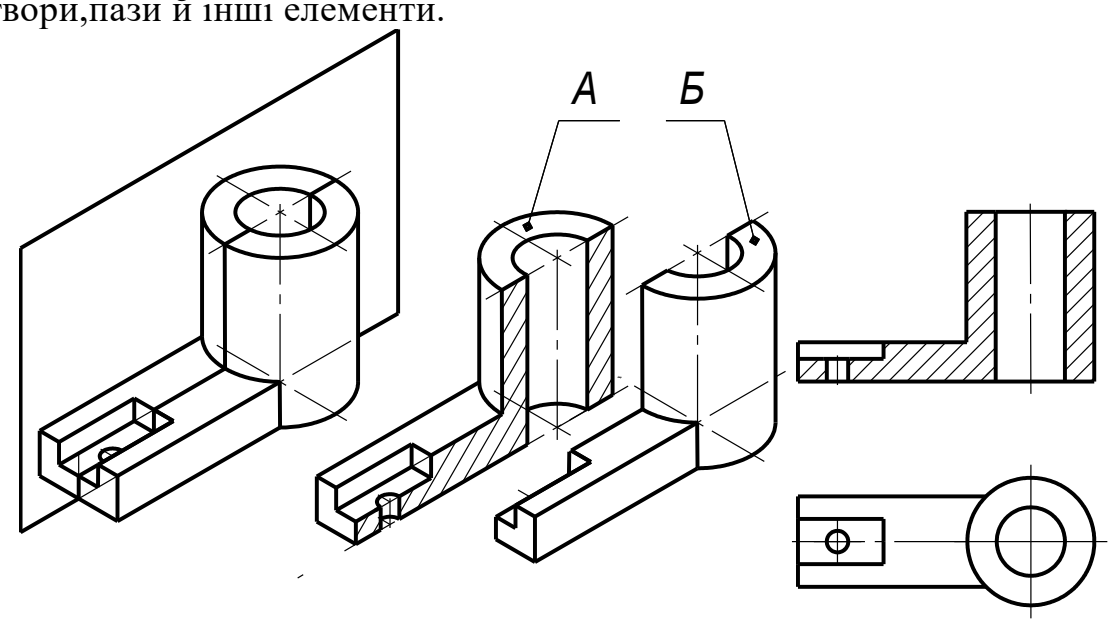
Циліндр розсікається по колу. Перетинання горизонтальних проекцій шестикутника і кола з горизонтальною проекцією нижнього ребра призми визначає чотири точки: дві передні B_1 і F_1 позначені. З'єднуючи B із крапками C_1 і D_1, одержують дві похилі лінії B_1C_1 і B_1D_1, які разом зі спочатку знайденими лініями A_1C_1 і A_1D_1 визначають горизонтальні проекції ліній виходу призми на передній поверхні піраміди. Лінії виходу на задній поверхні піраміди знаходять аналогічно.

Для побудови третьої проекції використовують точки A,B,D,E,F, C, H. Точки H,F належать еліпсу, тому що циліндр перетинається похилою до його осі площиною - гранню призми. Інші точки еліпса знаходять шляхом проведення допоміжних горизонтальних площин.

Розрізи

Креслення деталі повинен давати уяву про зовнішню форму її й внутрішній будові. Відомо, що внутрішню форму предмета можна показати на виді штриховими лініями. Однак при складній внутрішній будові деталі число штрихових ліній велике, вони перекривають один одного, затемнюють креслення й утрудняють читання його. Це утруднення усувається застосуванням розрізів. Сутність цього способу полягає в тому,що зображуваний предмет подумки розсікають однієї або декількома площинами; частина предмета, найближчу до спостерігача, умовно відкидають, а частину, що залишився, проектують на відповідну площину проекцій.

На мал.*216* деталь розсічена фронтальною площиною,передня її частина Б умовно вилучена, а частина, що залишився, А спроектована на фронтальну площину проекцій. Цей розріз дозволяє виявити циліндричні отвори,пази й інші елементи.



Мал. 216

У такий спосіб ми можемо визначити, що таке розріз. Розрізом називається зображення предмета, отримане при уявному розсіченні його однієї або декількома січними площинами.

При цьому частина предмета,розташована між спостерігачем і січною площиною, подумки відкидається, а на площині проекцій зображується те, що попало у січну площину (перетин предмета січною площиною) і що перебуває за нею.

Внутрішні обриси предмета на розрізі зображують суцільними основними лініями, як і видимий контур предмета. Те, що попадає в січну площину, називається перерізом і виділяється на кресленні штрихуванням. Не заштриховують тільки ті місця, де січна площина проходить через порожнечі.

Отже, щоб зробити розріз предмета, потрібно:

а) у певному місці його подумки провести січну площину;

б) частину предмета, що перебуває між спостерігачем і січною площиною, подумки відкинути ;

в) частину, що залишилася, спроектувати на відповідну площину проекцій і зобразити або на місці одного з основних видів, або на вільному місці поля креслення;

г) якщо буде потреба оформити розріз відповідним написом.

Слід пам'ятати,що розріз - зображення умовне, тому що при його виконанні січну площину проводять умовно, подумки відкидаючи частину предмета, що перебуває між спостерігачем і січною площиною. Уявне розсічення стосується тільки даного зображеного розрізу й ніяк не впливає на всі інші зображення предмета.

Позначення розрізів

В загальному випадку положення січної площини вказують на кресленні лінією перетину, для якої застосовують розімкнуту лінію. Штрихи лінії перетину виконують довжиною 8-20 мм (мал.217)**.** Перпендикулярно цим штрихам наносять стрілки, що вказують напрямок погляду. Стрілки наносять на відстані 2-3 мм від зовнішнього кінця штриха лінії перетину. Близько стрілок із зовнішньої сторони кінців штрихів лінії перетину наносять прописну букву українського алфавіту. Розмір шрифту букв повинен бути на один номер більше розміру цифр розмірних чисел. Незалежно від положення штрихів лінії перетину букви завжди наносять так, начебто вони розташовані на горизонтальному рядку (мал. 217).

Розріз супроводжують написом, який складається із відповідних букв, що позначають положення січної площини й написані через тире (наприклад: А-А, Б-Б, В-В і т.д.). Напис поміщають над розрізом.

Якщо січна площина збігається із площиною симетрії предмета в цілому, а відповідні зображення розташовані в безпосередньому проекційному зв'язку й не розділені якими-небудь зображеннями, то для горизонтальних, фронтальних і профільних розрізів положення січної площини не відзначають, а сам розріз не підписується.

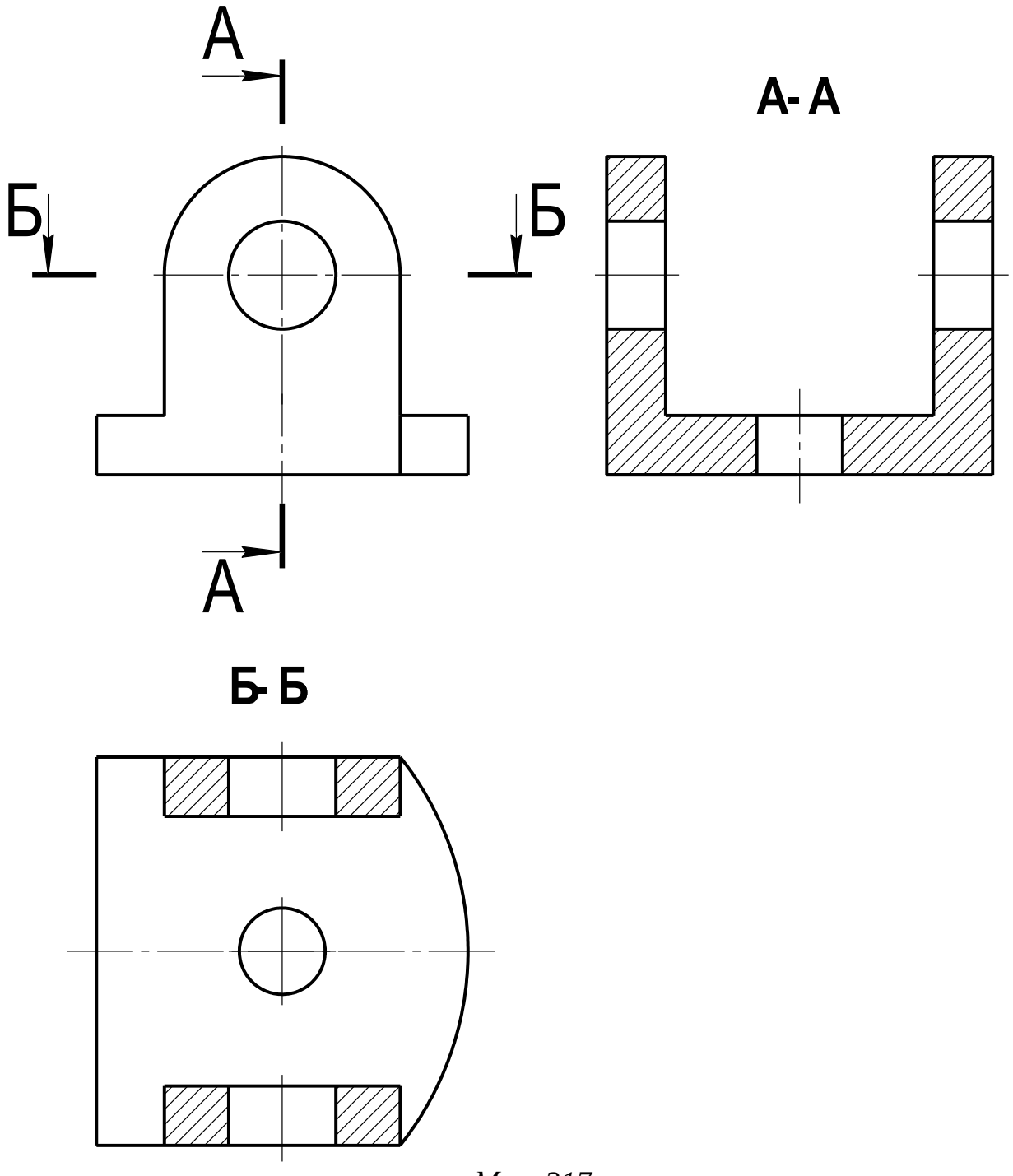
Тонкі стінки, ребра жорсткості, спиці маховиків тощо, коли січна площина направлена вздовж осі або довгої сторони такого елемента, показують розсіченою, але не штрихують і відокремлюють від основної частини предмета суцільною основною лінією.

Класифікація розрізів

Розрізи класифікуються за такими ознаками:

1. Залежно від положення січної площини відносно горизонтальної площини проекцій: вертикальні (фронтальні і профільні), горизонтальні і похилі.

2. Залежно від положення січної площини відносно основних вимірів предмета поділяються на поздовжні і поперечні.



Мал. 217

3. Залежно від кількості січних площин розрізи поділяються на прості і складні.

Простим називається розріз утворений однією січною площиною.

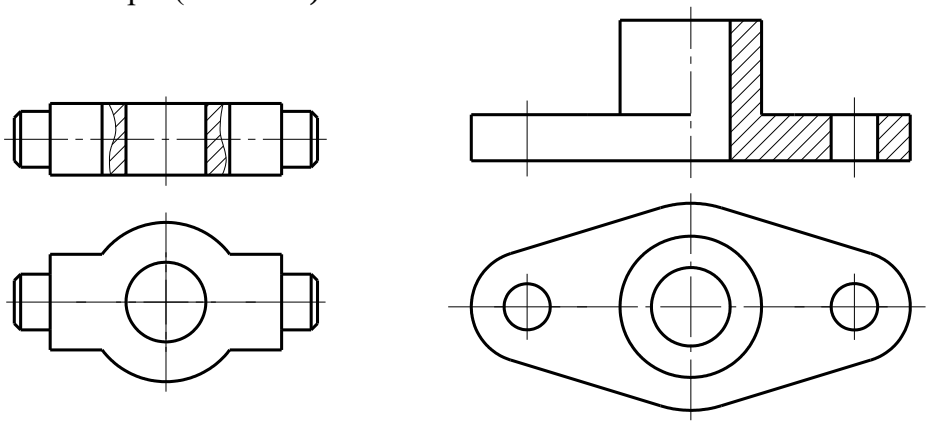
Складним називається розріз утворений двома або більшою кількістю січних площин.

4. Залежно від повноти виконання розрізи поділяються на повні і місцеві.

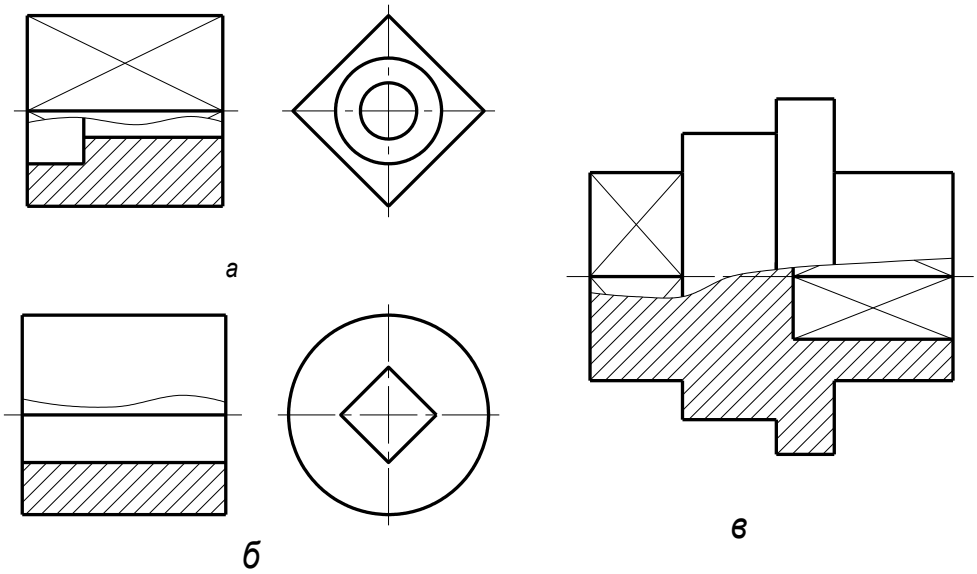
Місцевим називається розріз, що виявляє внутрішню будову деталі в окремому, обмеженому місці.

Поєднання частини розрізу і частини вигляду

Для зменшення об'єму графічної роботи й економії площі креслення в кресленні прийнято з'єднувати частину виду й частина відповідного розрізу, розділяючи їх суцільною хвилястою лінією (мал. 218). Якщо при цьому з'єднуються половина виду й половина розрізу,кожний з яких є симетричною фігурою, то поділяючою лінією служить вісь симетрії (мал. 219).



Мал. 218 Мал. 219



Мал. 220

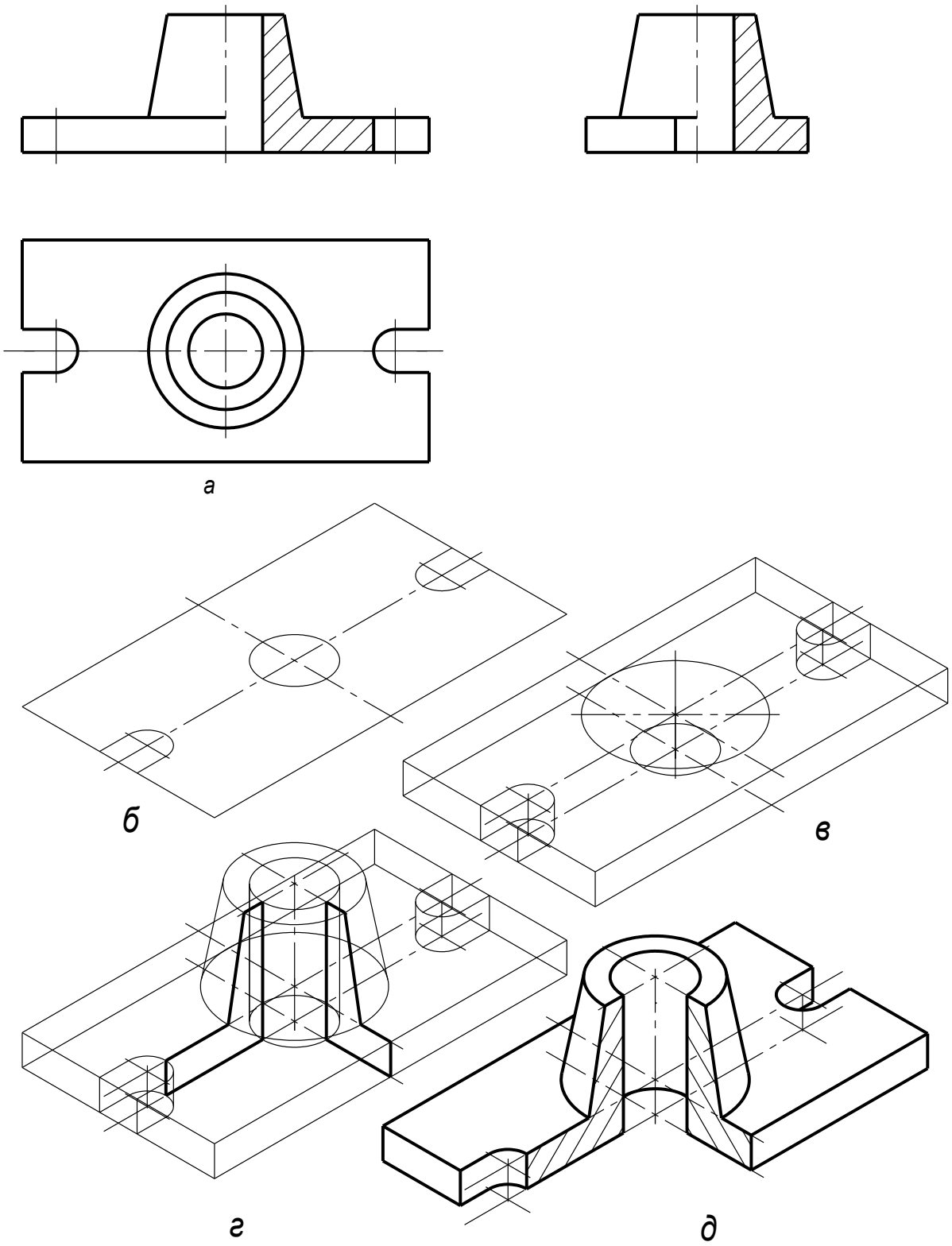
Якщо контурна лінія предмета збігається з віссю симетрії, що може привести до неправильно уявлення і помилкам при читанні креслення, границю між видом і розрізом указують хвилястою лінією обриву.

На мал. 220, а, б, в показано, як проводити хвилясту лінію при наявності на деталі зовнішнього ребра, внутрішнього ребра або того й іншого.

Розрізи в аксонометричних проекціях

При зображенні в аксонометрії технічних деталей, що мають внутрішні порожнини, отвори, поглиблення, прийнято робити розрізи по осях X, Y, Z що розкривають внутрішню будову зображуваного предмета.

У побудові аксонометричної проекції деталі з розрізом можна йти двома шляхами:



Мал. 221

а) спочатку будують аксонометричну проекцію предмета в цілому, потім, вибираючи ті або інші січні площини, що збігаються з координатними площинами ~~*XOY, XOZ, YOZ*~~ або паралельні їм, роблять необхідний розріз і видаляють частину деталі, що перебуває між оком спостерігача й січною площиною;

б) по комплексному кресленню будують аксонометричне зображення площини розрізу, а потім докреслюють частина деталі, що перебуває за площиною розрізу.

Розглянемо приклади побудови аксонометрії деталі з розрізом.

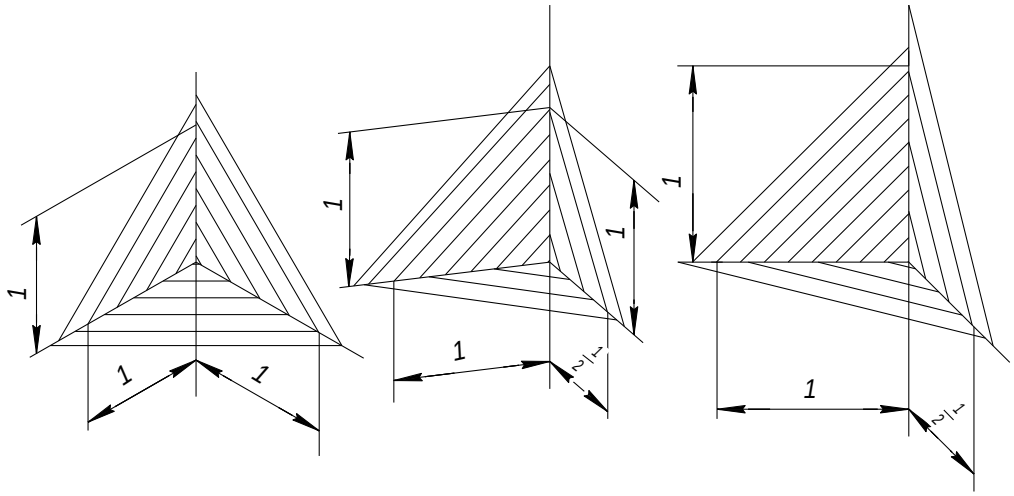
Побудувати ізометричну проекцію деталі з розрізом (мал. ~~*221)*~~. На мал.221~~, *а*~~ деталь зображена в трьох видах: спереду, зверху і зліва. На видах спереду і зліва сполучаються зображення відповідних видів з вертикальними розрізами.

Побудова. По розмірах, узятих з комплексного креслення, будуємо ізометрію нижньої основи деталі (мал.221, б). Будуємо зображення верхньої площини основи деталі (мал. 221, в).

Третій етап побудови, зображений на мал. 221, г полягає надалі нарощуванні елементів деталі. Усі побудови виконуються суцільною тонкою лінією, причому такими ж лініями пока**зані й обриси невидимого контуру деталі.**

Четвертий етап (мал. 221, г***)*** пов'язаний із уведенням січних площин XOZ і YOZ. Суцільними основними лініями виділяють частина деталі, що попадає в площину перетину. Слід звернути увагу на те, що перетин площинами по своїх видах і розмірам повністю відповідають перетинам на комплексному кресленні.

Останній, п'ятий етап побудови (мал. 221, д) пов'язаний з видаленням частини предмета, що перебуває між січними площинами. Видимі лінії обводять суцільною основною лінією, а невидимі видаляють. Штрихування в аксонометрії наноситься відповідно стандарту, який рекомендує вибирати напрямок штрихування фігури перетину у відповідності зі схемами приведеними на мал. 222.



Мал. 222

Розділ 3. Елементи технічного малювання

Навчальна мета: Метою вивчення технічного рисунка є набуття навичок у змальовуванні олівцем за правилами аксонометричних проекцій порівняно нескладних за формою предметів і геометричних тіл.

Виховна мета: Збудити необхідність до пізнавальної, творчої роботи, мотивувати необхідність в отримані знань по цій темі, викликати інтерес до вивчення дисципліни.

Зміст теми

1. Загальні положення
2. Рисування прямих ліній і кутів
3. Рисування плоских фігур
4. відтінення поверхонь деталей
5. Рисування технічних деталей

Література:

1. Боголюбов С.К. Индивидуальнне задания по курсу черчения. М, 1989
2. Хаскін А.М. Креслення. К, 1972
стор. 181...190

Методичне забезпечення дисципліни

1. Методичний посібник для самостійної робота по дисципліні "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"
2. Методичні посібники д ля виконання практичних робіт,
3. Карточки завдання для тестового контролю знань.
4. Варіанти завдань для виконання графічних ребіт.
5. Зразки графічних робіт.

Після вивчення теми студент повинен

Знати:

- правила побудови технічних рисункі;
- правила відтінення поверхонь геометричних тіл;
- послідовність виконання рисунка технічної деталі.

Уміти:

- аналізувати конструкцію деталі;
- виконувати побудову технічного рисунка деталі;
- вибирати правильно вид аксонометрії для технічного рисунка деталі;

Питання для самоперевірки

1. в якій послідовності виконують технічний рисунок деталі?
2. Побудуйте коло в ізометрії.
3. Виконайте з натури кілька рисунків технічних деталей.

Розділ 3. Елементи технічного малювання

Загальні положення

Технічним рисунком називається зображення предмета в аксонометричній проекції, виконане від руки і на око.

Технічний рисунок є допоміжним засобом при проектуванні машин і різних виробів. Він розвиває просторову уяву, зорову пам'ять, естетичний смак, спостережливість, відчуття пропорції і сприяє кращому розумінню креслення.

Подамо деякі загальні вказівки, якими слід користуватися в процесі рисування:

Аркуш паперу для рисування закріплюють кнопками на фанері або на невеликій креслярській дошці. Цей планшет під час рисування тримають нахиленим під кутом 60°. Один кінець планшета спирається на коліна студента, а другий — на стіл або спинку стільця.

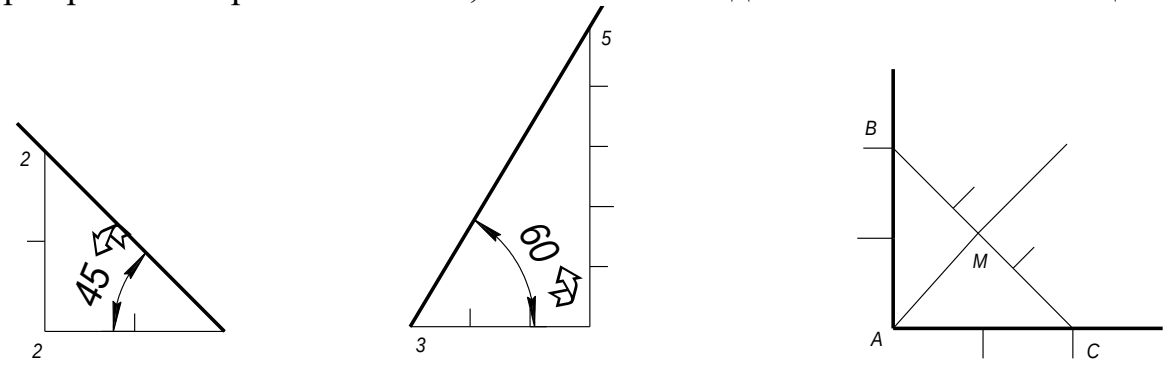
Аркуш паперу має бути добре освітлений; на нього не повинна падати тінь від студента. Відстань від очей студента до предмета повинна бути щонайменше втроє більшою за найбільший розмір предмета.

У процесі роботи олівець треба тримати трьома пальцями: великим, вказівним і середнім. Рисувати слід вільно, без напруження, рухи мають бути твердими, упевненими.

Рисувати треба лише сидячи, зберігаючи пряме, спокійне положення корпуса і голови. Для рисування використовують олівці марок *М* і 2*М.*

Рисування прямих ліній і кутів

Перші вправи студент починає з проведення вертикальних, горизонтальних і похилих прямих ліній. Відрізки прямих слід проводити м'яким, тонко загостреним олівцем; довжина відрізків — 80—100 ~~мм.~~ Відстань між паралельними прямими має бути однаковою. Щоб провести лінію, намічають кілька точок і, тримаючи олівець у просторі, роблять рух, що відповідає наміченому напряму прямої. Потім проводять тонку лінію олівцем на папері і, перевіривши її прямолінійність, остаточно обводять лінією певної товщини.



а *б* *в*

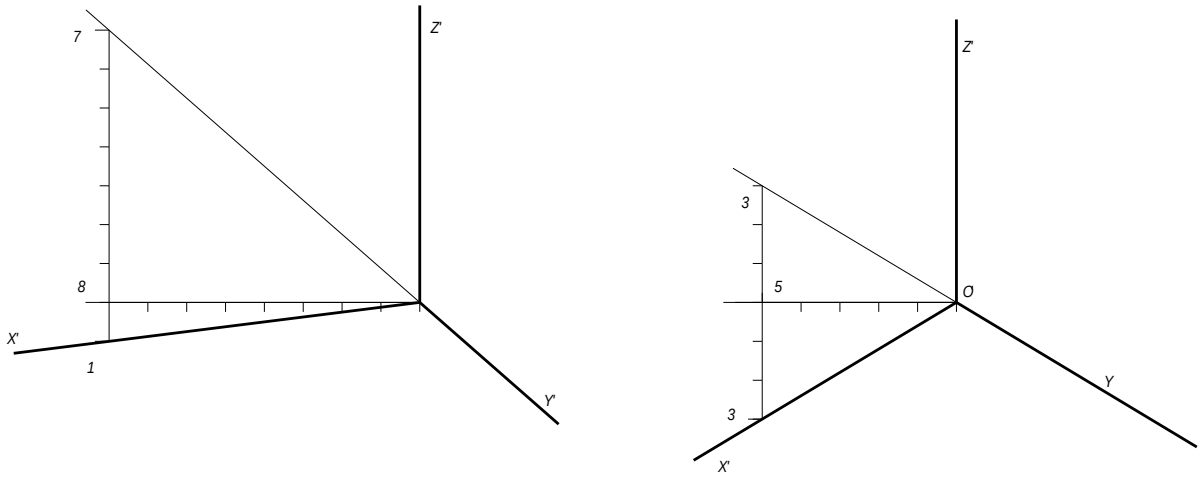
Мал. 224

Треба також навчитися «на око» ділити відрізок прямої на 2, 4, 6, 5 і т. д. рівних частин. Щоб побудувати прямий кут, проводять дві взаємно перпендикулярні тонкі прямі лінії (мал. 224), порівнюють на око утворені суміжні кути, якщо потрібно, вносять поправки і наводять лінією певної товщини.

На мал. 1, а, б показано, як будувати кути в 45 і 60°, використовуючи значення тангенсів кутів (1 : 1; 5 : 3).

Щоб поділити довільний кут пополам, у тому числі й прямий (мал. 1, в) на сторонах кута відкладають рівні відрізки АВ і АС, Відрізок ВС ділять пополам. Бісектриса кута пройде через точку М, що лежить на середині відрізка ВС. На цьому самому рисунку показано, як поділити кут на чотири і три рівні частини. В останньому випадку проводять дугу, ділять її на три рівні частини і точки поділу сполучають з точкою А.

Для побудови ізометричної і диметричної проекцій особливе значення має вміння будувати кути в 30; 7 і 41°. Щоб побудувати кут у 30° (для ізометрії), використовують значення тангенса цього кута — 3 : 5 (мал. 225, а).



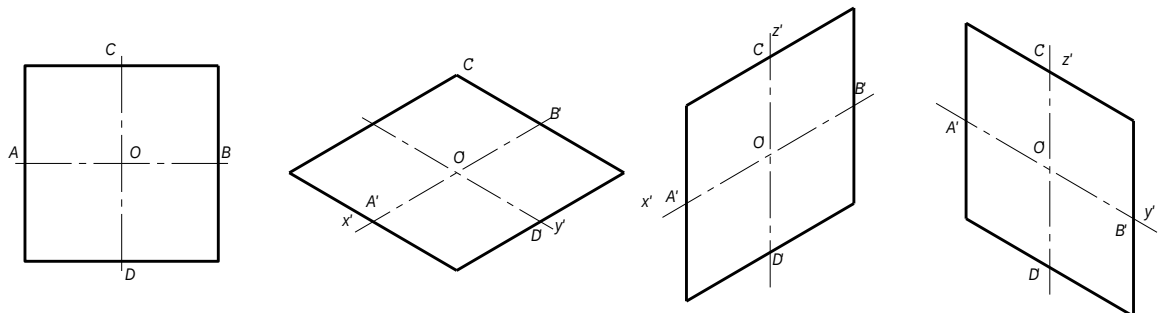
а б

Мал. 225

У прямокутній диметрії осі будують, використовуючи для кута 7° співвідношення катетів 1 : 8, а для кута 41° — співвідношення 7 : 8 (мал. 225, б).

Рисування плоских фігур

———Щоб в ізометрії побудувати квадрат (мал. 226, а) у площині $П_1$ проводять ізометричні осі $O'x'$ та $O'y'$ і відкладають на цих осях від точки O' відрізки O'A', $O'B'$, O'C', O'O', що дорівнюють половині сторони квадрата. Через знайдені точки A', B', C', D' проводять прямі, паралельні осям $O'x'$ і $O'y'$.

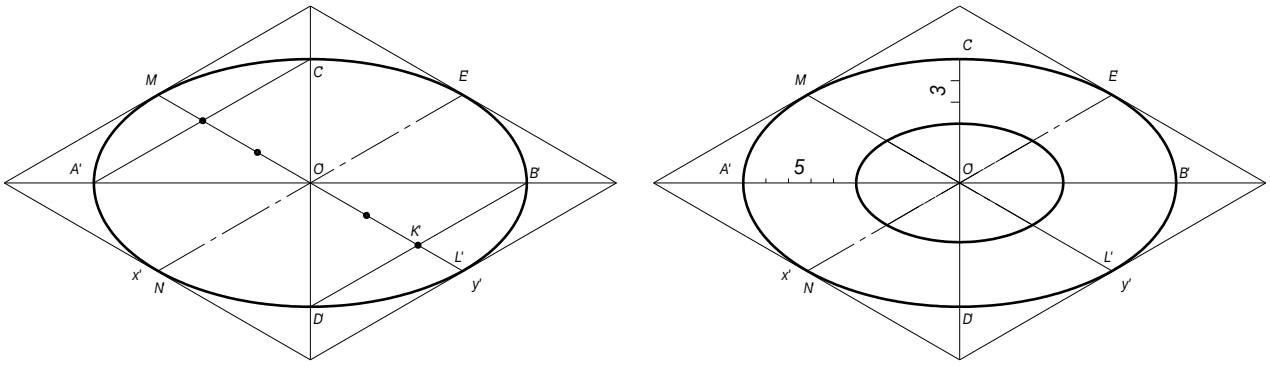


а б в

Мал. 226

Квадрат в ізометрії має вигляд ромба. Аналогічно будують квадрати, що лежать у площинах $П_2$ і $П_3$ (мал. 226, б, в).

Коло в аксонометрії зображується у вигляді еліпса. Один із способів побудови рисунка кола в ізометрії показано на мал. 4. На осях O'x' і O'y' (мал. 227, а) відкладають відрізки, які дорівнюють радіусу кола, і будують ромб, що є ізометричною проекцією квадрата, описаного навколо цього кола. Відрізок O'L' поділяють на три рівні частини і з точки K′ проводять пряму, паралельну осі O'x' до перетину з головними осями еліпса в точках B' і D'. Точки A' і C' знаходять симетрично точкам B' і D'. По знайдених точках будують еліпс.



а б

Мал. 4

Зображуючи два концентричних кола в ізометрії, слід звернути увагу на те, що відстань між еліпсами на малій осі менша за відстань на великій осі у відношенні 3 : 5 (мал. 227, б).

Відтінення поверхні предметів

Щоб надати об'ємності і надати рисунку більшої наочності та виразності, на зображення наносять світлотіні. У технічному рисування умовно вважають, що джерело світла міститься зверху і зліва.

Світлотінь наносять на рисунок штрихуванням, шрафуванням, відтіненням точками та іншими способами.

Найпростішим способом є передача світлотіні штрихуванням. Застосовуючи різну густоту штрихів, добиваються різних тонів. Посилювати чи послабляти тон поверхні можна і розширенням штрихів. Вертикальні поверхні штрихують вертикальними прямими, горизонтальні - прямими паралельними осям х і у, похилі - прямими, паралельними куту нахилу цих площин.

Рисування технічних деталей

Рисувати деталі можна з натури або за їх кресленнями. Як в першому, так і в другому випадку слід додержувати такої послідовності дій:

а) вивчити деталь і з’ясувати її робоче положення;

б) установити на око приблизне співвідношення її розмірів (довжини, ширини і висоти), а також розміри її окремих частин, тобто встановити пропорційну залежність між частинами деталі;

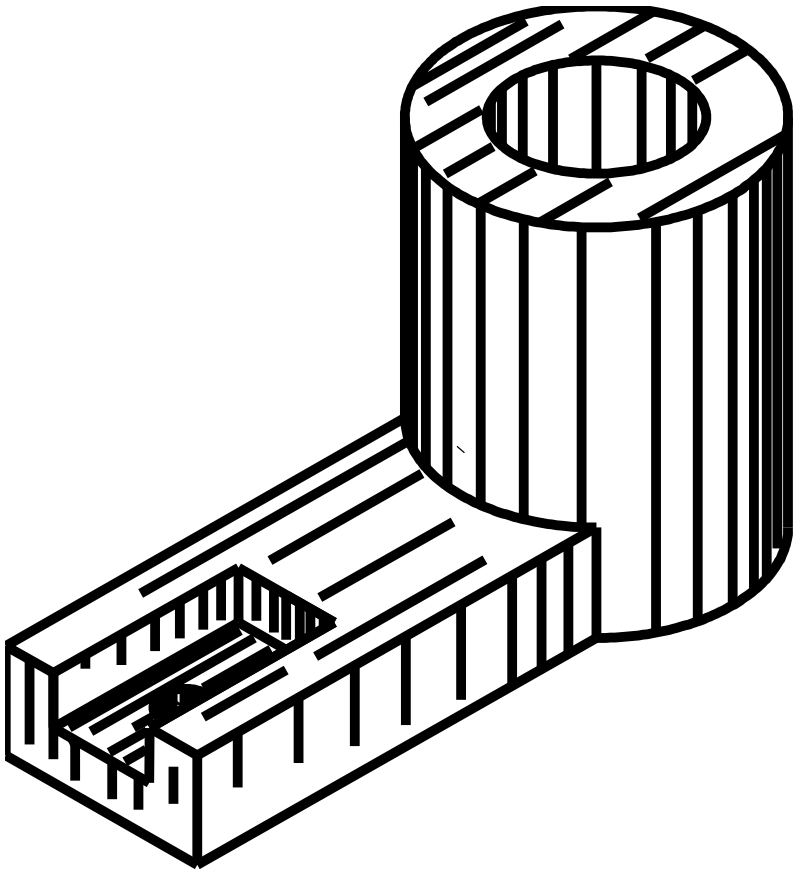
в) з'ясувати конструктивну суть деталі, уміти розчленити її на прості геометричні форми;

г) установити потребу розрізу;

д) залежно від конструкції деталі вибрати вид аксонометрії;

е) продумати композицію рисунка.

Приклад виконання технічного рисунка деталі



Мал. 228